



**TUGAS AKHIR - SM 141501**

**PEMODELAN PERSEDIAAN SUKU CADANG  
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PELUANG  
STOCKOUT (STUDI KASUS : TIRTO AGUNG  
MOTOR MOJOKERTO)**

**INDAH AYU DIANAWATI  
NRP 1212 100 037**

**Dosen Pembimbing  
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**

**JURUSAN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2016**





**FINAL PROJECT - SM 141501**

**MODELING OF SPARE PARTS INVENTORY  
CONSIDER TO STOCKOUT PROBABILITY  
(CASE STUDY : TIRTO AGUNG MOTOR  
MOJOKERTO)**

**INDAH AYU DIANAWATI  
NRP 1212 100 037**

**Supervisor  
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
Faculty of Mathematics and Natural Science  
Sepuluh Nopember Institute of Technology  
Surabaya 2016**



**LEMBAR PENGESAHAN**

**PEMODELAN PERSEDIAAN SUKU CADANG DENGAN  
MEMPERTIMBANGKAN PELUANG STOCKOUT (STUDI  
KASUS : TIRTO AGUNG MOTOR MOJOKERTO)**

**MODELING OF SPARE PARTS INVENTORY CONSIDER  
TO STOCKOUT PROBABILITY (CASE STUDY : TIRTO  
AGUNG MOTOR MOJOKERTO)**

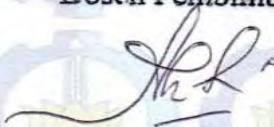
**TUGAS AKHIR**

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
Pada Bidang Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

**INDAH AYU DIANAWATI**  
**NRP. 1212 100 037**

Menyetujui,  
Dosen Pembimbing



Valeriana Lukitosari, S.Si, MT  
NIP. 19710928 199802 2 001

Mengetahui,  
Kepa. Jurusan Matematika  
FMIPA ITS



Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT  
NIP. 19700831 199403 1 003  
Surabaya, 15 Juli 2016



**PEMODELAN PERSEDIAAN SUKU CADANG  
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PELUANG  
STOCKOUT (STUDI KASUS: TIRTO AGUNG  
MOTOR MOJOKERTO)**

**Nama** : Indah Ayu Dianawati  
**NRP** : 1212 100 037  
**Jurusan** : Matematika  
**Dosen Pembimbing** : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

**ABSTRAK**

*Sistem pengendalian persediaan probabilistik adalah suatu mekanisme mengenai serangkaian kebijakan yang memonitor tingkat persediaan, menentukan persediaan pengaman, kapan persediaan harus diisi, dan berapa besar pesanan harus dilakukan. Kebijakan tersebut dipengaruhi oleh kendala seperti ketidakpastian (probabilistik) dalam permintaan (demand) atau waktu tunggu (lead time), serta adanya peluang stockout dari pesanan konsumen yang tidak tersedia. Pada Tugas Akhir ini membahas mengenai model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang stockout yang terjadi pada kasus backorder dan lost sales untuk menjamin tersedianya suku cadang secara optimal, dalam kuantitas yang optimal dan pada waktu yang optimal. Kriteria optimal pada model persediaan ini adalah minimasi biaya total yang terkait dengan persediaan, yaitu biaya penyimpanan, biaya pemesanan, biaya pembelian dan biaya kekurangan persediaan. Simulasi numerik dilakukan sebagai penerapan model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang stockout, dimana simulasi numerik diterapkan pada kasus yang ada di Tirto Agung Motor Mojokerto. Suku cadang nomor 23100KZRBA0 pada kasus backorder didapatkan nilai  $Q$  optimal sebesar 72 item*

*dan R optimal sebesar 22 item sedangkan untuk kasus lost sales didapatkan Q optimal sebesar 69 item dan R optimal sebesar 22 item.*

***Kata kunci : Persediaan, Backorder, Lost sales, Lead time.***



**MODELING OF SPARE PARTS INVENTORY  
CONSIDER TO STOCKOUT PROBABILITY  
(CASE STUDY : TIRTO AGUNG MOTOR MOJOKERTO)**

**Name of Student** : Indah Ayu Dianawati  
**NRP** : 1212 100 037  
**Department** : Mathematics  
**Supervisor** : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

**ABSTRACT**

*Inventory control system of probabilistic model is a mechanism on a range of policies monitoring inventory levels, determines the safety stock, required inventory, and how many of the orders to be done. The policy is affected by constraints such as uncertainty (probabilistic) in the request (demand) or the waiting time (lead time), as well as their chances of stockout of customer orders that are not available. In the final assignment is to discuss the model of spare parts inventory consider to stockout probability in backorder's case and lost sales case to ensure optimal availability of spare parts, the optimal quantity and optimal time. Optimal's inventory criteria model is minimizing the total costs associated with the supply, holding cost, ordering cost, purchased cost, and stockout cost. Numerical simulations performed as the application model of spare parts inventory to consider stockout probability, where the numerical examples applied to the case in Tirto Agung Motor Mojokerto. Spare part number 23100KZRBA0 on backorder case obtained optimal value of  $Q$  72 items and  $R$  optimal 22 items while in the case of lost sales obtained optimal value of  $Q$  69 items and  $R$  optimal 22 items.*

**Keyword : Inventory, Backorder, Lost sales, Lead time**

***“Halaman ini sengaja dikosongkan”***

## KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil'aalamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

**“PEMODELAN PERSEDIAAN SUKU CADANG  
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PELUANG  
*STOCKOUT* (STUDI KASUS : TIRTO AGUNG MOTOR  
MOJOKERTO)”**

yang merupakan sebagai salah satu persyaratan akademis dalam menyelesaikan Program Sarjana Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat kerja sama, bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Ketua Jurusan Matematika ITS.
2. Ibu Valeriana Lukitosari, S.Si, MT selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan kepada penulis dengan sabar. Terima kasih atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Drs. Suhud Wahyudi, M.Si, Ibu Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si, dan Ibu Dra. Wahyu Fistia Doctorina, M.Si selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran demi perbaikan Tugas Akhir.
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si selaku Ketua Program Studi S1 Jurusan Matematika ITS.

5. Bapak Drs. Komar Baihaqi, M.Si selaku Dosen Wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Jurusan Matematika ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta seluruh staf Tata Usaha dan Laboratorium Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Keluarga tercinta terutama Ayah Kujiyadi dan Ibu Luluk Sri Histinawati, penulis ucapkan banyak terima kasih atas do'a serta dukungan yang telah diberikan baik moral maupun material, serta Mbak Linda Ayu, Mas Jupri Rohadi, Bahrul Hikam, dan Alzam Atharizky yang senantiasa selalu memberikan hiburan, semangat dan dukungan kepada penulis.
8. Izza, Ninid, Mia, Adhell, Chibi, Tika, Mbak Iffah, Harits, Erlina, Segga, Nina, teman – teman angkatan 2012, khususnya MAT12IKS STI-47 yang saling mendukung dan memotivasi.
9. Kabinet Pelita, teman – teman Departemen Perekonomian 2014-2015, serta keluarga besar HIMATIKA ITS yang telah menemani dan berbagi suka duka selama penulis menjadi anggota HIMATIKA ITS.
10. Semua pihak yang tak dapat penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih telah membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik dari pembaca. Akhir kata, semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak yang berkepentingan.

Surabaya, 15 Juli 2016

**Penulis**

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	v
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b><i>ABSTRACT</i></b> .....	ix
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xvii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xix
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xxi
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xxiii

### **BAB I. PENDAHULUAN**

1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan .....	4
1.5 Manfaat .....	4
1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir .....	4

### **BAB II. TINJAUAN PUSTAKA**

2.1 Pengertian <i>Spare Part</i> .....	7
2.2 Definisi Pemeliharaan ( <i>Maintenance</i> ) .....	8
2.3 Jenis Pemeliharaan.....	9
2.4 Distribusi Gamma .....	10
2.5 Definisi Persediaan .....	12
2.6 Sistem Pengendalian Persediaan.....	14
2.7 Biaya Persediaan.....	15
2.8 Model Pengendalian Persediaan Probabilistik....	19
2.9 <i>Lead time</i> .....	22
2.10 <i>Reorder point</i> dan <i>Safety Stock</i> .....	22
2.11 Model Persediaan Umum.....	24

2.12 Model Persediaan dengan <i>Backorder</i> .....	24
2.12 Model Persediaan dengan <i>Lost sales</i> .....	25
<b>BAB III. METODOLOGI PENELITIAN</b>	
3.1 Tahapan Penelitian .....	27
3.1.1 Studi Literatur .....	27
3.1.2 Pembentukan Model Matematika .....	27
3.1.3 Simulasi Numerik .....	28
3.1.4 Penyusunan Laporan Tugas Akhir .....	28
3.2 Diagram Alir Metode Penelitian .....	29
<b>BAB IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1 Model Persediaan Suku Cadang Dengan Mempertimbangkan <i>Stockout</i> dan <i>Backorder</i> ....	31
4.1.1 Biaya Penyimpanan Suku Cadang ( <i>Holding Cost</i> ) .....	32
4.1.2 Biaya Pembelian Suku Cadang .....	34
4.1.3 Biaya Pemesanan Suku Cadang .....	34
4.1.4 Biaya <i>Stockout</i> Persediaan Suku Cadang .....	34
4.1.5 Kuantitas Pemesanan Optimal ( <i>Order Quantity</i> ) .....	37
4.1.6 <i>Reorder point</i> .....	39
4.2 Model Persediaan Suku Cadang Dengan Mempertimbangkan <i>Stockout</i> dan <i>Lost sales</i> ....	41
4.2.1 Biaya Penyimpanan Suku Cadang ( <i>Holding Cost</i> ) .....	41
4.2.2 Biaya Pembelian Suku Cadang .....	42
4.2.3 Biaya Pemesanan Suku Cadang .....	43
4.2.4 Biaya <i>Stockout</i> Persediaan Suku Cadang .....	43
4.2.5 Kuantitas Pemesanan Optimal ( <i>Order Quantity</i> ) .....	46
4.2.6 <i>Reorder point</i> .....	48
4.3 Simulasi Numerik .....	50

4.3.1 Penentuan Jenis Distribusi .....	50
4.3.2 Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan mempertimbangkan <i>Stockout</i> dan <i>Backorder</i> .....	52
4.3.3 Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan mempertimbangkan <i>Stockout</i> dan <i>Lost sales</i> .....	60
<b>BAB V. PENUTUP</b>	
5.1 Kesimpulan .....	71
5.2 Saran.....	72
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	73
<b>LAMPIRAN</b> .....	75
<b>BIODATA PENULIS</b> .....	105

***“Halaman ini sengaja dikosongkan”***



## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Penelitian .....	29
Gambar 4.1 Jenis Distribusi Suku Cadang 23100KZRBA0 .....	51
Gambar 4.2 Suku Cadang 23100KZRBA0 Berdistribusi Gamma .....	51
Gambar 4.3 Kuantitas pemesanan suku cadang 23100KZRBA0 pada <i>backorder</i> .....	59
Gambar 4.4 <i>Reorder point</i> suku cadang 23100KZRBA0 pada <i>backorder</i> .....	59
Gambar 4.5 Kuantitas pemesanan suku cadang 23100KZRBA0 pada <i>lost sales</i> .....	66
Gambar 4.6 <i>Reorder point</i> suku cadang 23100KZRBA0 pada <i>lost sales</i> .....	67

***“Halaman ini sengaja dikosongkan”***

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Data permintaan suku cadang 23100KZRBA0 tahun 2015.....	52
Tabel 4.2 Biaya persediaan tiap suku cadang.....	68
Tabel 4.3 Hasil perhitungan suku cadang 06455KVBT01 dan suku cadang 3192KRM842.....	68

***“Halaman ini sengaja dikosongkan”***

## DAFTAR SIMBOL

$\Gamma(\alpha)$	Fungsi gamma
$\alpha$	Parameter bentuk
$\beta$	Parameter skala
$M$	Jumlah permintaan selama <i>lead time</i>
$\bar{M}$	Rata – rata permintaan selama <i>lead time</i>
$\bar{L}$	Rata – rata <i>lead time</i>
$D$	Jumlah permintaan selama 1 tahun
$\bar{D}$	Rata – rata jumlah permintaan selama 1 tahun
$S_{dl}$	Standart deviasi permintaan selama <i>lead ime</i>
$S_d$	Standart deviasi permintaan
$S_l$	Standart deviasi <i>lead ime</i>
$f(M)$	Fungsi padat yang memungkinkan <i>lead time</i> Permintaan
$R$	<i>Reorder point</i> atau titik pemesanan kembali
$S$	<i>Safety stock</i> atau stock pengaman
$Q$	Kuantitas pemesanan dalam item
$TC$	Total biaya persediaan per tahun
$Hc$	Total biaya penyimpanan suku cadang
$Pc$	Total biaya pembelian suku cadang
$Rc$	Total biaya pemesanan suku cadang
$Sc$	Total biaya <i>stockout</i> persediaan suku cadang
$h$	Biaya penyimpanan per item per tahun
$p$	Biaya pembelian per item
$A$	Biaya pemesanan atau order untuk setiap kali pemesanan

$b$	Biaya kekurangan persediaan per item per tahun
$Z$	Nilai <i>safety factor</i>

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
LAMPIRAN A	
Data Aktual Permintaan Suku Cadang di Tirto Agung Motor Mojokerto Pada Tahun 2015.....	75
LAMPIRAN B	
Biaya – Biaya Persediaan.....	77
LAMPIRAN C	
Source Code .....	81
LAMPIRAN D	
Perhitungan Total Biaya. Kuantitas Pemesanan Optimal, dan <i>Reorder point</i> .....	91
LAMPIRAN E	
Tabel Gamma .....	103

***“Halaman ini sengaja dikosongkan”***



# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

Pada bab ini dijelaskan berbagai hal yang menjadi latar belakang munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh. Adapun sistematika penulisan diuraikan pada bagian akhir bab ini.

### **1.1 Latar Belakang**

Seiring dengan perkembangan dunia pasar global, persaingan yang luas harus diimbangi dengan proses manufaktur yang kuat. Untuk mencapai proses yang kuat diperlukan kegiatan pemeliharaan yang direncanakan untuk mengurangi kasus tak terduga dari kegagalan sistem yang dapat mempengaruhi kualitas produk, keselamatan pekerja, dan kemampuan secara efektif untuk menghasilkan pendapatan. Biaya yang berkaitan dengan kegagalan sistem dapat sangat merugikan kemampuan dari perusahaan untuk bersaing di pasar [1]. Pemeliharaan meliputi tindakan yang diambil untuk mengurangi kegagalan yang terjadi atau memperbaiki kegagalan yang terjadi dalam rangka untuk membawa sistem kembali beroperasi. Jenis pemeliharaan yang sering digunakan adalah pemeliharaan pencegahan (*preventive maintenance*) dan pemeliharaan korektif (*corrective maintenance*). Pemeliharaan pencegahan mendeteksi kondisi yang mungkin menyebabkan sebuah sistem down dan melakukan tindakan untuk meningkatkan status kesehatan sistem. Pemeliharaan korektif meliputi perbaikan yang diperlukan untuk mengembalikan sistem gagal kembali ke operasi.

Dalam rangka untuk mengelola sistem secara efektif dan melakukan pemeliharaan, perusahaan harus memiliki suku cadang yang tersedia untuk mengganti komponen berdasarkan pada jadwal pencegahan atau pada kegagalan. Perusahaan harus menentukan jumlah suku cadang untuk terus dalam persediaan untuk melakukan pemeliharaan yang menjamin operasi yang efektif dengan downtime minimal. Pengadaan persediaan yang terlalu banyak akan menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya yang besar untuk menyimpan suku cadang. Namun sebaliknya, pengadaan persediaan yang sedikit akan menyebabkan kerugian bagi perusahaan, seperti biaya pesan yang meningkat, dan hilangnya kepercayaan konsumen karena konsumen berpindah pada perusahaan lain. Oleh karena itu, pengaturan mengenai persediaan bagi perusahaan sangatlah penting.

Dari sudut pandang pengendalian persediaan, waktu yang dibutuhkan untuk pengadaan suku cadang harus diukur dan ditujukan pada kegagalan sistem. Waktu yang dibutuhkan dalam pengadaan penyediaan suku cadang tergantung oleh ada atau tidaknya suku cadang tersebut di gudang. Waktu yang dibutuhkan untuk proses pengadaan persediaan suku cadang dari mulai proses pemesanan suku cadang sampai suku cadang tersebut datang disebut *lead time*. Untuk suku cadang yang memiliki *lead time* yang signifikan, bagian persediaan suku cadang harus diadakan untuk buffer waktu yang diperlukan untuk memesan dan menerima suku cadang tambahan. Tetapi terdapat beberapa item suku cadang sering terjadi overstock namun juga tidak menutup kemungkinan dengan terjadinya *stockout*. Ketika suatu perusahaan mengalami kehabisan stock (*stockout*) suku cadang namun penjualan tidak hilang dan perusahaan melakukan pemesanan darurat untuk memperoleh suku

cadang sehingga konsumen akan dilayani setelah pesanan datang disebut *backorder*. Namun sebaliknya, jika setiap permintaan yang tidak tersedia hilang dikarenakan konsumen berpindah ke perusahaan lain untuk memenuhi kebutuhannya disebut *lost sales*. Studi mengenai model persediaan telah banyak dilakukan oleh peneliti terdahulu. Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Namit dan Chen [2] membahas mengenai model persediaan dengan mempertimbangkan permintaan barang selama *lead time* berdistribusi gamma. Selanjutnya, oleh Tyworth dan Ganeshan [3], dikembangkan suatu metode yang lebih sederhana dalam model persediaan untuk masalah yang sama. Donselaar dan Broekmeulen [4] membahas mengenai model persediaan dengan mempertimbangkan *lost sales*. Oleh karena itu, dalam tugas akhir ini dilakukan pengembangan model untuk menentukan kuantitas pemesanan suku cadang yang optimal dengan mempertimbangkan peluang *stockout*, dimana permintaan barang selama *lead time* mengikuti distribusi gamma.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang maka permasalahan yang akan dibahas dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan model total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang *stockout*.
2. Bagaimana menentukan kuantitas pemesanan yang optimal untuk persediaan suku cadang pada kasus di Tirta Agung Motor Mojokerto.

### 1.3 Batasan Masalah

Ruang lingkup permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini antara lain :

1. Pemeliharaan berdasarkan pada *preventive maintenance*.
2. Model matematika total biaya persediaan berdistribusi gamma.
3. Data yang diambil berdasarkan studi kasus pada Tirto Agung Motor Mojokerto.

### 1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan permasalahan, maka tugas akhir ini diharapkan dapat memberikan solusi dari permasalahan yang ada. Oleh karena itu, tujuan yang ingin dicapai dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang *stockout* sehingga kebutuhan produksi tidak terganggu.
2. Mengetahui jumlah kuantitas pemesanan yang optimal persediaan suku cadang pada kasus di Tirto Agung Motor Mojokerto sehingga persediaan suku cadang menjadi lebih efektif.

### 1.5 Manfaat

Manfaat yang dapat diambil dari tugas akhir ini adalah memperoleh model total biaya persediaan yang dapat digunakan untuk menentukan kuantitas pemesanan yang optimal persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang *stockout*.

### 1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan dalam laporan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

## 1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan hasil penelitian.

## 2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menjelaskan mengenai pengertian *spare part*, definisi pemeliharaan, jenis pemeliharaan, distribusi gamma, definisi persediaan, sistem pengendalian persediaan, biaya pemeliharaan, model pengendalian persediaan probabilistik, *lead time*, *reorder point* dan *safety stock*, model persediaan umum, model persediaan dengan *backorder*, serta model persediaan dengan *lost sales*.

## 3. BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini membahas tentang tahapan – tahapan dalam proses penyelesaian masalah dan mencapai tujuan Tugas Akhir.

## 4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan mengenai penentuan model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang *stockout* dan *backorder* serta kuantitas pemesanan dan *reorder point*., penentuan model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang *stockout* dan *lost sales* serta kuantitas pemesanan dan *reorder point*, serta simulasi numerik.

## 5. BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini menjelaskan tentang penarikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai pengertian *spare part*, definisi pemeliharaan, jenis pemeliharaan, definisi persediaan, sistem pengendalian persediaan, biaya pemeliharaan, model pengendalian persediaan probabilistik, proses gamma, *lead time*, *reorder point* dan *safety stock*, model persediaan umum, model persediaan dengan *backorder*, serta model persediaan dengan *lost sales*.

#### **2.1 Pengertian Spare Part**

Suku cadang mesin atau lebih sering disebut dengan spare part merupakan suatu barang yang terdiri dari berbagai komponen mesin yang membentuk satu kesatuan dan mempunyai fungsi tertentu. Setiap suku cadang mempunyai fungsi tersendiri dan dapat terkait atau terpisah dengan suku cadang lainnya. Menurut bisa tidaknya diperbaiki, suku cadang dibagi menjadi 3 macam [1], yaitu:

1. Non Repairable

Suatu suku cadang yang tidak dapat diperbaiki setelah mengalami satu kali kerusakan item/part.

2. Partially Repairable

Dalam suatu suku cadang terdapat part yang dapat diperbaiki atau harus diganti apabila terjadi kerusakan untuk mengembalikan ke performa semula.

3. Fully Repairable

Ketika suatu suku cadang mengalami kerusakan maka suku cadang tersebut dapat diperbaiki sampai kriteria tertentu.

## 2.2 Definisi Pemeliharaan (*Maintenance*)

Kata pemeliharaan diambil dari bahasa Yunani *terein* artinya merawat, menjaga dan memelihara. Pemeliharaan merupakan seluruh kegiatan yang diperlukan untuk memperbaiki kembali peralatan ke dalam kondisi semula [1]. Tidak ada sistem maupun peralatan yang tidak mungkin rusak, tetapi usia penggunaannya dapat diperpanjang dengan melakukan perbaikan yang dikenal dengan pemeliharaan. Oleh karena itu, sangat dibutuhkan kegiatan pemeliharaan yang meliputi kegiatan pemeliharaan dan perawatan sistem yang digunakan dalam proses produksi.

Adapun tujuan utama dari kegiatan pemeliharaan adalah [5]:

1. Agar mesin dan seluruh peralatan produksinya dapat selalu siap pakai.
2. Mengurangi atau memperlambat tingkat keausan dan kerusakan yang terjadi.
3. Untuk mendapatkan biaya *maintenance* serendah mungkin dengan melaksanakan kegiatan pemeliharaan secara teratur dan terencana.
4. Menjaga kualitas pada tingkat yang tepat untuk memenuhi apa yang dibutuhkan oleh produksi itu sendiri dan kegiatan produksi supaya tidak terganggu.
5. Menghindari kegiatan *maintenance* yang dapat membahayakan keselamatan para karyawan (melakukan kegiatan pemeliharaan secara periodik dengan mematuhi peraturan – peraturan yang ada).
6. Meningkatkan kemampuan berproduksi agar dapat memenuhi kebutuhan sesuai dengan rencana produksi.
7. Menjaga terhadap fasilitas produksi yang termasuk dalam golongan “*critical unit*” yaitu:
  - a. Kerusakan fasilitas tersebut akan membahayakan keselamatan pekerja.



- b. Kerusakan fasilitas ini akan mempengaruhi kualitas produk yang dihasilkan.
- c. Kerusakan fasilitas tersebut akan menyebabkan kemacetan seluruh proses produksi.
- d. Modal yang ditanam dalam proses tersebut adalah mahal.

### 2.3 Jenis Pemeliharaan

Pemeliharaan secara umum dibedakan menjadi dua yaitu pemeliharaan yang terencana dan pemeliharaan yang tidak terencana [5].

#### 1. Pemeliharaan Terencana

Pemeliharaan terencana adalah pemeliharaan yang dilakukan sesuai dengan jadwal pemeliharaan yang telah direncanakan. Pemeliharaan ini dibedakan menjadi:

##### a. Pemeliharaan Pencegahan (*Preventive Maintenance*)

Pemeliharaan yang dilakukan pada selang waktu tertentu yang telah ditentukan sebelumnya untuk mengurangi terjadinya kerusakan – kerusakan yang tidak terduga oleh sistem dalam keadaan yang dapat menyebabkan peralatan atau fasilitas produksi mengalami kerusakan pada saat beroperasi, misal : inspeksi, pelumasan, perencanaan dan penjadwalan, pencatatan dan analisis, latihan bagi tenaga pemeliharaan, serta penyimpanan suku cadang sehingga peralatan atau mesin-mesin selama beroperasi terhindar dari kerusakan dapat terpenuhi penggunaannya. Pemeliharaan pencegahan dibagi menjadi dua yaitu pemeliharaan berdasarkan waktu (*time based maintenance*) dan pemeliharaan berdasarkan kondisi (*condition based maintenance*).

b. Pemeliharaan Korektif (*Corrective Maintenance*)

Pemeliharaan korektif adalah suatu kegiatan pemeliharaan yang dilakukan secara mendadak. Sering disebut kegiatan perbaikan atau reparasi sehingga sifatnya menunggu sampai terjadi kerusakan terlebih dahulu, misal: kegiatan penggantian barang yang rusak (suku cadang dan lain sebagainya). Pemeliharaan korektif dibagi menjadi dua yaitu perbaikan baru dan perbaikan minimal.

2. Pemeliharaan Tidak Terencana

Pemeliharaan darurat yang diartikan sebagai pemeliharaan yang perlu segera dilakukan tindakan untuk mencegah adanya akibat yang lebih serius, misalnya hilangnya kesempatan berproduksi atau kerusakan yang cukup parah pada suatu perjalanan. Dengan adanya pemeliharaan dari mesin ini diharapkan mampu mendukung keunggulan bersaing yang diinginkan perusahaan dalam konteks untuk menyediakan tingkat layanan optimal dikaitkan dengan ketersediaan biaya fasilitas total.

## 2.4 Distribusi Gamma

Distribusi gamma adalah distribusi kontinu yang dibatasi oleh batas bawah. Distribusi gamma digunakan untuk *lead time*, waktu servis, dll. Fungsi gamma didefinisikan sebagai berikut:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad \text{untuk } \alpha > 0 \quad (2.4.1)$$

Peubah acak kontinu  $T$ , mempunyai distribusi gamma dengan parameter  $\alpha$  dan  $\beta$ . Jika fungsi padat peluangnya berbentuk [6]:

$$f(t) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} \quad (2.4.2)$$

Untuk  $t \geq 0$

$f(t) = 0$ , untuk  $t$  yang lain.

Dengan  $\beta > 0$  dan  $\alpha > 0$

Sehingga untuk mencari mean sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(T) &= \int_0^\infty t f(t) dt \\ E(T) &= \int_0^\infty t \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt \\ &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty t^{(1+\alpha)-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt \end{aligned}$$

Misalkan:

$$\begin{aligned} x &= \frac{t}{\beta} \\ x\beta &= t \\ \beta dx &= dt \end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned} E(T) &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty (\beta x)^{(1+\alpha)-1} e^{-x} \beta dx \\ &= \frac{\beta^{\alpha+1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty x^{(1+\alpha)-1} e^{-x} dx \\ &= \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} \Gamma(\alpha + 1) \\ &= \beta\alpha \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

Variannya adalah

$$\begin{aligned} E(T^2) &= \int_0^\infty t^2 f(t) dt \\ &= \int_0^\infty t^2 \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}} dt \\ &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty t^{(\alpha+1)} e^{-\frac{t}{\beta}} dt \end{aligned}$$

Misalkan:

$$x = \frac{t}{\beta}$$

$$x\beta = t$$

$$\beta dx = dt$$

Sehingga

$$\begin{aligned} E(T^2) &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty (\beta x)^{(\alpha+1)} e^{-x} \beta dx \\ &= \frac{\beta^2}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty x^{(\alpha+1)} e^{-x} dx \\ &= \frac{\beta^2}{\Gamma(\alpha)} \Gamma(\alpha + 2) \\ &= \alpha(\alpha + 1)\beta^2 \end{aligned} \tag{2.4.4}$$

$$\begin{aligned} Var(T) &= E(T^2) - [E(T)]^2 \\ &= \alpha(\alpha + 1)\beta^2 - (\beta\alpha)^2 \\ &= \alpha^2\beta^2 + \alpha\beta^2 - \alpha^2\beta^2 \\ &= \alpha\beta^2 \end{aligned} \tag{2.4.5}$$

## 2.5 Definisi Persediaan

Persediaan didefinisikan sebagai barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada periode mendatang [7]. Persediaan dapat berbentuk bahan baku yang disimpan untuk diproses, komponen yang diproses, barang dalam proses pada proses manufaktur, dan barang jadi yang disimpan untuk dijual. Persediaan merupakan suatu hal yang tidak dapat dihindari.

Penyebab timbulnya persediaan adalah sebagai berikut:

1. Mekanisme pemenuhan atas permintaan. Permintaan terhadap suatu barang tidak dapat dipenuhi seketika bila barang tersebut tidak tersedia sebelumnya. Untuk menyiapkan barang ini diperlukan waktu untuk

pembuatan dan pengiriman, maka adanya persediaan merupakan hal yang sulit dihindarkan.

2. Keinginan untuk meredam ketidakpastian. Ketidakpastian terjadi akibat permintaan yang bervariasi dan tidak pasti dalam jumlah maupun waktu kedatangan, waktu pembuatan yang cenderung tidak konstan antara satu produk dengan produk berikutnya, waktu tunggu (*lead time*) yang cenderung tidak pasti karena banyak faktor yang tak dapat dikendalikan. Ketidakpastian ini dapat diredam dengan mengadakan persediaan.
3. Keinginan melakukan spekulasi yang bertujuan untuk mendapatkan keuntungan besar dari kenaikan harga di masa mendatang.

Hal yang sangat penting dalam pengendalian persediaan (*inventory control*) adalah mengetahui apa yang terjadi pada barang pesanan konsumen (*customer's order*) untuk sementara tidak tersedia (*stockout*). Ada dua kasus ekstrim yaitu sebagai berikut [8]:

a. *Backorder*

Pada kasus *backorder*, penjualan tidak hilang tetapi terjadi keterlambatan pengiriman akibat dari ketiadaan *stock* (persediaan). Sehingga suatu perusahaan akan mengadakan pemesanan darurat untuk memperoleh barang atau konsumen akan dilayani setelah pesanan mendatang tiba (*replenishment*). Pada kasus *backorder* mengakibatkan terjadinya biaya pemesanan yang terburu-buru serta biaya ekstra dalam penanganan, pengiriman dan pengemasan barang. Situasi seperti ini biasanya terjadi pada hubungan perdagangan besar dengan pengecer dari beberapa sistem distribusi.

b. *Lost sales*

Pada kasus *lost sales*, setiap permintaan yang tidak tersedia akan hilang. Hal ini dikarenakan konsumen akan

pergi kemanapun untuk memenuhi kebutuhannya dan kemungkinan akan dipenuhi oleh kompetitor. Pada *lost sales*, biaya kekurangan barang (*stockout cost*) mencakup kehilangan keuntungan pada penjualan untuk beberapa kerugian yang tak tentu dan kehilangan kepercayaan konsumen, karena kemungkinan konsumen tidak akan kembali untuk mendapatkan barang yang lain dimasa mendatang. Situasi ini sering terjadi pada hubungan pengecer dengan konsumen dari sistem distribusi.

## 2.6 Sistem Pengendalian Persediaan

Sistem pengendalian persediaan adalah suatu mekanisme mengenai bagaimana mengelola masukan – masukan yang sehubungan dengan persediaan menjadi output, dimana untuk itu diperlukan umpan balik agar output memenuhi standar tertentu [7]. Mekanisme sistem ini adalah pembuatan serangkaian kebijakan yang memonitor tingkat persediaan, menentukan persediaan yang harus dijaga, kapan persediaan harus diisi, dan berapa besar pesanan harus dilakukan. Sistem ini bertujuan menetapkan dan menjamin tersedianya produk jadi, barang dalam proses, komponen, dan bahan baku secara optimal, dalam kuantitas yang optimal, dan pada waktu yang optimal. Kriteria optimal adalah minimasi biaya total yang terkait dengan persediaan, yaitu biaya penyimpanan, biaya pemesanan, dan biaya kekurangan persediaan.

Variabel keputusan dalam pengendalian persediaan dapat diklasifikasikan kedalam variabel kuantitatif dan variabel kualitatif. Secara kuantitatif, variabel keputusan pada sistem pengendalian persediaan [9] adalah sebagai berikut:

- a. Berapa banyak jumlah barang yang akan dipesan atau dibuat (*order quantity*).
- b. Kapan pemesanan atau pembuatan harus dilakukan (*reorder point*).

- c. Berapa jumlah persediaan pengaman (*safety stock*).
- d. Bagaimana mengendalikan persediaan.

Secara kualitatif, masalah persediaan berkaitan dengan sistem pengoperasian persediaan yang akan menjamin kelancaran pengelolaan persediaan adalah sebagai berikut:

- a. Jenis barang apa yang dimiliki.
- b. Di mana barang tersebut berada.
- c. Berapa jumlah barang yang sedang dipesan.
- d. Siapa saja yang menjadi pemasok masing-masing barang (*item*).

Tujuan dari sistem pengendalian persediaan pada umumnya adalah menemukan solusi optimal terhadap seluruh masalah yang terkait dengan persediaan. Jika dikaitkan dengan tujuan umum perusahaan, maka ukuran optimalitas pengendalian persediaan seringkali diukur dengan keuntungan maksimum yang dicapai. Pada setiap perusahaan memiliki banyak subsistem selain persediaan, sehingga untuk mengukur kontribusi pengendalian persediaan dalam mencapai total keuntungan bukan hal yang mudah. Optimalisasi pengendalian persediaan dapat diukur dengan total biaya minimal pada suatu periode tertentu.

## 2.7 Biaya Persediaan

Secara umum dapat dikatakan bahwa biaya sistem persediaan adalah semua pengeluaran dan kerugian yang timbul sebagai akibat adanya persediaan [10]. Biaya dalam sistem pengendalian persediaan terdiri atas:

### 1. Biaya Pembelian (*Purchasing Cost*)

Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli barang. Besarnya biaya pembelian ini tergantung pada jumlah barang yang dibeli dan harga satuan barang. Biaya pembelian menjadi faktor penting ketika harga barang yang dibeli tergantung pada ukuran pembelian.

Situasi ini akan diistilahkan sebagai *quantity discount* atau *price break* dimana harga barang per unit akan turun bila jumlah barang yang dibeli meningkat. Dalam kebanyakan teori persediaan, komponen biaya pembelian tidak dimasukkan kedalam biaya total sistem persediaan karena diasumsikan bahwa harga barang per unit tidak dipengaruhi oleh jumlah barang yang dibeli sehingga komponen biaya pembelian untuk periode waktu tertentu (misalnya satu tahun) konstan dan hal ini tidak akan mempengaruhi jawaban optimal tentang berapa banyak barang yang harus dipesan.

## 2. Biaya Pengadaan (*Procurement Cost*)

Biaya pengadaan dibedakan atas 2 jenis sesuai asal – usul barang, yaitu biaya pemesanan (*ordering cost*) bila barang yang diperlukan diperoleh dari pihak luar (*supplier*) dan biaya pembuatan (*set up*) bila barang diperoleh dengan memproduksi sendiri.

### a. Biaya Pemesanan (*Ordering Cost*)

Biaya pemesanan adalah semua pengeluaran yang timbul untuk mendatangkan barang dari luar. Biaya ini meliputi biaya untuk menentukan pemasok (*supplier*), pengetikan pesanan, pengiriman pesanan, biaya pengangkutan, biaya penerimaan dan seterusnya. Biaya ini diasumsikan konstan untuk setiap kali pesan.

### b. Biaya Pembuatan (*Set up Cost*)

Biaya pembuatan adalah semua pengeluaran yang timbul dalam mempersiapkan produksi suatu barang. Biaya ini timbul di dalam pabrik yang meliputi biaya menyusun peralatan produksi, menyetel mesin, mempersiapkan gambar kerja dan seterusnya. Kedua biaya tersebut mempunyai peran yang sama, yaitu pengadaan barang, sehingga kedua biaya tersebut disebut sebagai biaya pengadaan (*procurement cost*)



### 3. Biaya Penyimpanan (*Holding Cost / Carrying Cost*)

Biaya simpan adalah semua pengeluaran yang timbul akibat menyimpan barang, yaitu meliputi :

#### a. Biaya Modal

Penumpukan barang digudang berarti penumpukan modal, dimana modal perusahaan mempunyai ongkos (*expense*) yang dapat diukur dengan suku bunga bank. Oleh karena itu, biaya yang ditimbulkan karena memiliki persediaan harus diperhitungkan dalam biaya sistem persediaan. Biaya memiliki persediaan diukur sebagai persentase nilai persediaan untuk periode waktu tertentu.

#### b. Biaya Gudang

Barang yang disimpan memerlukan tempat penyimpanan sehingga timbul biaya gudang. Bila gudang dan peralatannya disewa maka biaya gudangnya merupakan biaya sewa sedangkan bila perusahaan mempunyai gudang sendiri maka biaya gudang merupakan biaya depresiasi.

#### c. Biaya Kerusakan dan Penyusutan

Barang yang disimpan dapat mengalami kerusakan dan penyusutan karena beratnya berkurang ataupun jumlahnya berkurang karena hilang. Biaya kerusakan dan penyusutan biasanya diukur dari pengalaman sesuai dengan persentasenya.

#### d. Biaya Kadaluwarsa (*Absolence*)

Barang yang disimpan dapat mengalami penurunan nilai karena perubahan teknologi dan model seperti barang-barang elektronik. Biaya kadaluwarsa biasanya diukur dengan besarnya penurunan nilai jual dari barang tersebut.

e. Biaya Asuransi

Barang yang disimpan diasuransikan untuk menjaga dari hal-hal yang tidak diinginkan seperti kebakaran. Biaya asuransi tergantung jenis barang yang diasuransikan dan perjanjian dengan perusahaan asuransi.

f. Biaya Administrasi dan Pemindahan

Biaya ini dikeluarkan untuk mengadministrasi persediaan barang yang ada, baik pada saat pemesanan, penerimaan barang maupun penyimpanannya dan biaya untuk memindahkan barang dari, ke dan didalam tempat penyimpanan, termasuk upah buruh dan biaya peralatan handling. Dalam manajemen persediaan, terutama yang berhubungan dengan masalah kuantitatif, biaya simpan per unit diasumsikan linier terhadap jumlah barang yang disimpan.

4. Biaya Kekurangan Persediaan (*Stockout Cost / Shortage Cost*)

Bila perusahaan kehabisan barang pada saat ada permintaan, maka akan terjadi keadaan kekurangan persediaan. Keadaan ini akan menimbulkan kerugian karena proses produksi akan terganggu dan kehilangan kesempatan mendapatkan keuntungan atau kehilangan konsumen pelanggan karena kecewa sehingga beralih ke tempat lain. Biaya ini sering juga disebut dengan biaya kesempatan (*opportunity cost*). Biaya kekurangan persediaan dapat diukur dari:

a. Kuantitas yang tidak dapat dipenuhi

Biasanya diukur dari kerugian yang hilang karena tidak dapat memenuhi permintaan atau dari kerugian akibat terhentinya proses produksi. Kondisi ini diistilahkan sebagai biaya pinalti ( $p$ ) atau hukuman kerugian bagi perusahaan.

b. Waktu pemenuhan

Lamanya gudang kosong berarti lamanya proses produksi terhenti atau lamanya perusahaan tidak mendapatkan keuntungan, sehingga waktu menganggur tersebut dapat diartikan sebagai uang yang hilang. Biaya waktu pemenuhan diukur berdasarkan waktu yang diperlukan untuk memenuhi gudang.

c. Biaya pengadaan darurat

Supaya konsumen tidak kecewa maka dapat dilakukan pengadaan darurat yang biasanya menimbulkan biaya yang lebih besar dari pengadaan normal. Kelebihan biaya dibandingkan pengadaan normal ini dapat dijadikan ukuran untuk menentukan biaya kekurangan persediaan.

Ada perbedaan pengertian antara biaya persediaan aktual yang dihitung secara akuntansi dengan biaya persediaan yang digunakan dalam menentukan kebijaksanaan persediaan. Biaya persediaan yang diperhitungkan dalam penentuan kebijaksanaan persediaan hanyalah biaya-biaya yang bersifat variabel (*incremental cost*), sedangkan biaya yang bersifat *fixed* seperti biaya pembelian tidak akan mempengaruhi hasil optimal yang diperoleh sehingga tidak perlu diperhitungkan.

## 2.8 Model Pengendalian Persediaan Probabilistik

Dalam model persediaan probabilistik diasumsikan tingkat kebutuhan dimasa mendatang dan waktu tunggu tidak diketahui dengan pasti (*variable*), tetapi dapat diketahui melalui distribusi dari data masa lalu. Pada model ini juga memperhitungkan adanya resiko dan ketidakpastian dalam perumusannya. Model persediaan probabilistik merupakan pengembangan dari sistem pengendalian persediaan deterministik untuk keadaan yang lebih realistik yaitu terutama untuk fenomena yang bersifat probabilistik [9].

Sebagian dari asumsi umum (keterbatasan – keterbatasan) untuk model sistem persediaan ini adalah sebagai berikut:

1. Permintaan adalah diketahui, seragam, dan berlanjut.
2. Tingkat produksi adalah diketahui, seragam, dan berlanjut.
3. *Lead time* adalah diketahui dan tetap.
4. Biaya pemesanan / *set up* adalah diketahui dan tetap.
5. Biaya simpan adalah diketahui, tetap, dan linier.
6. Tidak ada batasan sumber daya.
7. Persediaan habis biasanya tidak diijinkan.
8. Biaya dari analisis persediaan dianggap tidak penting.

Keuntungan menggunakan model pengendalian persediaan probabilistik adalah sebagai berikut:

1. Pada kenyataannya, permintaan suatu barang selalu berfluktuasi (tidak diketahui dengan pasti), sehingga pengendalian persediaan probabilistik lebih menguntungkan.
2. Model ini dapat dipakai untuk waktu tunggu yang konstan dan tidak konstan (*variable*).
3. Kekurangan barang (*stockout*) diperbolehkan karena ada persediaan pengamannya (*safety stock*).

Ketika permintaan bersifat probabilistik (tidak deterministik) lebih baik dalam memperkecil biaya, ini diperlukan untuk memperkecil biaya yang diharapkan. Jika distribusi permintaan bersifat diskrit, biaya yang diharapkan diperoleh dengan penjumlahan biaya – biaya yang berbeda untuk setiap strategi yang ditentukan (dikalikan) dengan kemungkinan – kemungkinan respektif dan kemudian dipilih strategi (tingkat permintaan) dengan biaya yang diharapkan paling rendah. Jika distribusi permintaan bersifat kontinu, biaya yang diharapkan minimum diperoleh dengan mengambil turunan dari biaya yang diharapkan dengan didasarkan kepada variabel dan kemudian dibuat sama

dengan nol. Permintaan diasumsikan acak dan tetap. Walaupun permintaan berbeda dari waktu satu ke waktu berikutnya karena keacakan, permintaan yang diharapkan tidak berubah. Makna ini adalah nilai permintaan tidak bisa diramalkan, tetapi nilai permintaan yang diharapkan di atas kapan saja interval panjangnya ditetapkan adalah tetap.

Perhitungan rata – rata berarti  $\bar{M}$  untuk suatu distribusi kontinu adalah :

$$\bar{M} = \int_R^{\infty} M f(M) dM \quad (2.8.1)$$

= rata – rata *lead time* permintaan,

dimana,

$f(M)$  : pdf dari permintaan selama *lead time*,

Probabilitas *stockout* untuk suku cadang yang ditentukan hanya probabilitas permintaan selama *lead time* jika tidak akan melebihi titik pemesanan ulang [10]. Ketika distribusi kontinu digunakan, probabilitas *stockout* dari persediaan adalah integral tentu yang pertama dari probabilitas fungsi kepadatan dari permintaan selama *lead time* dari titik pemesanan ulang sampai dengan tidak terbatas, atau

$$P(M > R) = \int_R^{\infty} f(M) dM \quad (2.8.2)$$

## 2.9 *Lead time*

Secara umum *lead time* mengukur jeda waktu yang dibutuhkan antara proses pemesanan suku cadang dan penerimaan suku cadang. *Lead time* sangat mempengaruhi tingkat stok. *Lead time* ini perlu diperhatikan karena sangat erat kaitannya dengan penentuan (*reorder point*). Dengan demikian *lead time* yang tepat maka perusahaan akan dapat membeli pada saat yang tepat pula, sehingga resiko *overstock* atau *stockout* dapat ditekan seminimal mungkin. *Lead time* antar suku cadang satu dengan suku cadang yang lainnya

berbeda – beda, sehingga ditetapkan sesuai dengan kondisi yang ada pada perusahaan [10].

### 2.10 *Reorder point dan Safety Stock*

Titik pemesanan kembali (*reorder point*) adalah tingkat persediaan barang pada waktu diadakan pemesanan kembali. *Reorder point* berguna untuk mengetahui kapan suatu perusahaan mengadakan pemesanan. Terjadi apabila jumlah persediaan yang terdapat dalam stock berkurang terus sehingga harus ditentukan berapa banyak batas minimal tingkat persediaan yang harus dipertimbangkan sehingga tidak terjadi kekurangan persediaan [7].

$$R = \bar{M} + S \quad (2.10.1)$$

dimana,

$R$  : *reorder point* per unit

$S$  : *safety stock* per unit

$\bar{M}$  : rata – rata permintaan terhadap *lead time* per unit

*Safety stock* adalah persediaan pengaman yang berfungsi untuk melindungi kesalahan dalam memprediksi permintaan selama *lead time*. Sehingga *safety stock* akan benar-benar berfungsi jika permintaan sesungguhnya pada suatu periode lebih besar dari rata-rata permintaan. *Safety stock* akan mudah jika data selama permintaan *lead time* berdistribusi normal *independen*, maka rumus perhitungannya adalah sebagai berikut:

$$S = Z S_{dl} \quad (2.10.2)$$

dengan:

$Z$  : nilai *safety factor*

$S_{dl}$  : standart deviasi permintaan selama *lead time*

Besarnya nilai *safety stock* tergantung pada ketidakpastian pasokan maupun permintaan. Pada situasi normal, ketidakpastian pasokan diwakili dengan standar deviasi *lead time* dari *supplier*. Sedangkan ketidakpastian permintaan

biasanya diwakili dengan standar deviasi besarnya permintaan per periode. Nilai  $S_{dl}$  dapat digunakan melalui interaksi antara permintaan dan *lead time* pada penentuan *safety stock* [10].

Nilai  $S_{dl}$  untuk memperoleh *safety stock* ketika ditentukan oleh ketidakpastian permintaan maka didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$S_{dl} = S_d \sqrt{L} \quad (2.10.3)$$

Jika *safety stock* ditentukan oleh interaksi ketidakpastian permintaan dan *lead time* maka didapatkan nilai  $S_{dl}$  sebagai berikut:

$$S_{dl} = \sqrt{\bar{D}^2 (S_l)^2 + \bar{L} (S_d)^2} \quad (2.10.4)$$

dengan:

$S_{dl}$  : standar deviasi permintaan selama *lead time*

$D$  : jumlah suku cadang yang dibutuhkan selama 1 tahun

$S_l$  : standar deviasi *lead time*

$L$  : *lead time*

$S_d$  : standar deviasi permintaan

## 2.11 Model Persediaan Umum

Suatu keadaan yang ideal diasumsikan pada model persediaan ini yaitu suku cadang yang dipesan segera dapat tersedia dengan tingkat persediaan sebesar  $Q$  item, item yang dikeluarkan dari persediaan berdasarkan jumlah permintaan selama 1 tahun ( $D$ ) yang konstan [7].

Biaya total pengadaan persediaan per tahun untuk model persediaan umum ini adalah sebagai berikut:

Total biaya = Total biaya pembelian + Total biaya pemesanan  
+ Total biaya penyimpanan

$$TC = pD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} \quad (2.11.1)$$

dengan:

$Tc$  : total biaya persediaan per tahun

$D$  : jumlah suku cadang yang dibutuhkan selama 1 tahun

$p$  : biaya pembelian per item

$A$  : biaya pemesanan atau order untuk setiap kali pemesanan

$h$  : biaya penyimpanan per item per tahun

$Q$  : kuantitas pemesanan dalam item

Untuk mendapatkan kuantitas pemesanan yang optimal yaitu sebagai berikut:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \quad (2.11.2)$$

dengan  $Q^*$  merupakan kuantitas pemesanan optimal.

## 2.12 Model Persediaan dengan *Backorder*

Model persediaan berikut dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder*. Model persediaan dengan *backorder* memiliki biaya pemesanan sama dengan biaya pemesanan pada model persediaan tanpa *backorder*, tapi biaya penyimpanannya berbeda karena tidak semua suku cadang yang dipesan akan disimpan [7].

Biaya total persediaan untuk model persediaan dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder* yaitu sebagai berikut:

Total biaya = Total biaya pembelian + Total biaya pemesanan  
+ Total biaya penyimpanan + Total biaya  
kekurangan persediaan

$$TC = pD + \frac{AD}{Q} + h\left(\frac{Q}{2} + S\right) + b\frac{D}{Q}E(M > R) \quad (2.12.1)$$

dengan:

$Tc$  : total biaya persediaan per tahun

$D$  : jumlah suku cadang yang dibutuhkan selama 1 tahun

$p$  : biaya pembelian per item



$A$  : biaya pemesanan atau order untuk setiap kali pemesanan  
 $h$  : biaya penyimpanan per item per tahun  
 $Q$  : kuantitas pemesanan dalam item  
 $S$  : *safety stock*  
 $b$  : biaya kekurangan persediaan per item per tahun  
 $E(M > R)$  : ekspektasi persediaan unit yang habis selama *lead time*

Rumus untuk mencari *safety stock* dan ekspektasi kekurangan persediaan tergantung pada distribusi permintaan selama *lead time* yang digunakan. Untuk mendapatkan kuantitas pemesanan yang optimal yaitu sebagai berikut:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD(A + bE(M > R))}{h}} \quad (2.12.2)$$

dengan  $Q^*$  merupakan kuantitas pemesanan optimal.

### 2.13 Model Persediaan dengan *Lost sales*

Model persediaan berikut dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales*. Pada model ini hampir sama dengan model persediaan dengan *backorder*, perbedaannya hanya terletak pada *safety stock* [4].

Biaya total persediaan untuk model persediaan dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales* yaitu sebagai berikut:

Total biaya = Total biaya pembelian + Total biaya pemesanan  
 + Total biaya penyimpanan + Total biaya kekurangan persediaan

$$TC = pD + \frac{AD}{Q} + h\left(\frac{Q}{2} + S\right) + b\frac{D}{Q}E(M > R) \quad (2.13.1)$$

dengan:

$Tc$  : total biaya persediaan per tahun  
 $D$  : jumlah suku cadang yang dibutuhkan selama 1 tahun  
 $p$  : biaya pembelian per item

$A$  : biaya pemesanan atau order untuk setiap kali pemesanan

$h$  : biaya penyimpanan per item per tahun

$Q$  : kuantitas pemesanan dalam item

$S$  : *safety stock*

$b$  : biaya kekurangan persediaan per item per tahun

$E(M > R)$  : ekspektasi persediaan unit yang habis selama *lead time*

Rumus untuk mencari *safety stock* dan ekspektasi kekurangan persediaan tergantung pada distribusi permintaan selama *lead time* yang digunakan. Untuk mendapatkan kuantitas pemesanan yang optimal yaitu sebagai berikut:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD(A + bE(M > R))}{h}} \quad (2.13.2)$$

dengan  $Q^*$  merupakan kuantitas pemesanan optimal.

## **BAB III**

### **METODOLOGI PENELITIAN**

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

#### **3.1 Tahapan Penelitian**

Objek guna mencapai tujuan dari penulisan ini, akan dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

##### **3.1.1 Studi Literatur**

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan yang akan dibahas yaitu mempelajari lebih dalam mengenai literatur – literatur yang berkaitan dengan pemeliharaan (*maintenance*), jenis pemeliharaan, distribusi gamma, dan sistem pengendalian persediaan dengan mencari referensi penunjang melalui jurnal, buku, artikel dari internet maupun tugas akhir.

##### **3.1.2 Pembentukan Model Matematika**

- i. Menentukan model biaya penyimpanan, biaya pembelian, biaya pemesanan dan biaya kekurangan persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder*. Setelah itu menentukan model biaya total persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya peluang *stockout* dan *backorder*.
- ii. Menentukan kuantitas pemesanan yang optimal dengan melakukan turunan parsial pertama dari model total biaya persediaan suku cadang dengan

- mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder*.
- iii. Menentukan *reorder point* dengan melakukan turunan parsial pertama dari model total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder*.
  - iv. Menentukan model biaya penyimpanan, biaya pembelian, biaya pemesanan dan biaya kekurangan persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales*. Setelah itu menentukan model biaya total persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya peluang *stockout* dan *lost sales*.
  - v. Menentukan kuantitas pemesanan yang optimal dengan melakukan turunan parsial pertama dari model total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales*.
  - vi. Menentukan *reorder point* dengan melakukan turunan parsial pertama dari model total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales*.

### 3.1.3 Simulasi Numerik

Setelah didapatkan model yang diinginkan, kemudian tahapan yang dilakukan sebagai berikut:

- i. Langkah awal yang perlu dilakukan pada simulasi numerik adalah menentukan jenis distribusi permintaan selama *lead time* dengan menggunakan *software Easyfit*. Dengan

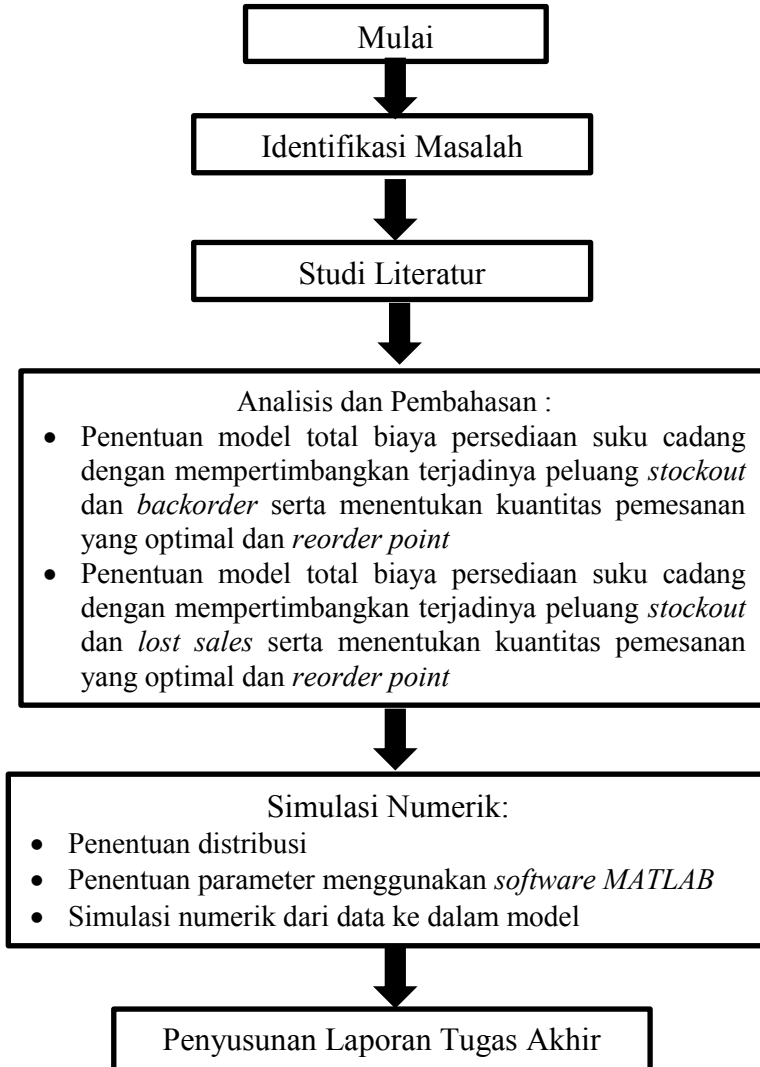
- menggunakan *software* ini dapat diketahui jenis distribusi pada data permintaan selama *lead time*.
- ii. Kemudian menentukan parameter dari distribusi pada data permintaan selama *lead time* menggunakan *software MATLAB*.
  - iii. Setelah itu melakukan simulasi numerik dari data ke dalam model yang telah didapatkan dengan menentukan kuantitas pemesanan awal, setelah itu menghitung jumlah peluang *stockout* dari model yang didapatkan, kemudian menentukan *reorder point*, setelah itu menghitung besarnya nilai ekspektasi kekurangan persediaan, langkah selanjutnya adalah menentukan besarnya kuantitas pemesanan. Setelah diketahui besarnya kuantitas pemesanan yang baru maka dihitung selisih antara kuantitas pemesanan yang baru dan yang lama. Jika selisihnya lebih dari 1 maka dilakukan iterasi lagi untuk mendapatkan besarnya kuantitas pemesanan dan *reorder point* yang optimal. Dan jika selisih antara besarnya kuantitas pemesanan yang baru dan kuantitas pemesanan yang lama kurang dari 1 maka iterasi akan berhenti karena besarnya kuantitas pemesanan dan *reorder point* sudah optimal.

#### **3.1.4 Penyusunan Laporan Tugas Akhir**

Tahap akhir dalam penelitian ini adalah penulisan laporan tugas akhir dan penarikan kesimpulan terhadap pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya serta pemberian saran sebagai masukan untuk penelitian lebih lanjut.

### 3.2 Diagram Alir Metode Penelitian

Secara umum tahapan-tahapan yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini ditampilkan dalam diagram alir penelitian pada Gambar 3.1:



**Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Penelitian**

## BAB IV

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai penentuan model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang *stockout* dan *backorder* serta kuantitas pemesanan dan *reorder point*, penentuan model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan peluang *stockout* dan *lost sales* serta kuantitas pemesanan dan *reorder point*, serta simulasi numerik.

#### 4.1 Model Persediaan Suku Cadang Dengan Mempertimbangkan *Stockout* dan *Backorder*

Pada model persediaan suku cadang ini mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder*. Terjadinya *stockout* ini menyebabkan perusahaan harus menunggu persediaan suku cadang yang dibutuhkan dan baru dapat terpenuhi setelah persediaan baru datang. Ketika terjadi *stockout*, biaya penyimpanan berbeda karena ada tambahan stock cadangan pada penyimpanan. Pada model ini, juga ada tambahan biaya mengenai biaya *stockout* dari persediaan suku cadang.

Total biaya persediaan tahunan untuk model ini adalah sebagai berikut:

$$TC = Hc + Pc + Rc + Sc \quad (4.1.1)$$

Dengan:

$Hc$  : Total biaya penyimpanan suku cadang

$Pc$  : Total biaya pembelian suku cadang

$Rc$  : Total biaya pemesanan suku cadang

$Sc$  : Total biaya *stockout* persediaan suku cadang

#### 4.1.1 Biaya Penyimpanan Suku Cadang (*Holding Cost*)

Pada model persediaan suku cadang tanpa mempertimbangkan *backorder*, rata – rata persediaan ditulis dengan  $\frac{Q}{2}$ . Sedangkan pada model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *backorder* memerlukan *safety stock* sehingga rata – rata persediaan menjadi  $\frac{Q}{2} + S$ .

Untuk menghitung *safety stock* sebagai berikut:

$$S = \int_0^{\infty} (R - M)f(M)dM \quad (4.1.2)$$

dengan:

$S$  : *Safety stock* (stok pengaman)

$R$  : *Reorder point* (titik pemesanan kembali)

$M$  : Permintaan selama *lead time*

$\bar{M}$  : Rata – rata permintaan selama *lead time*

Pada [9] didefinisikan rata – rata dari fungsi kepadatan peluang  $f(M)$  yang kontinu adalah

$$E(M) = \int_{-\infty}^{\infty} M f(M) dM \quad (4.1.3)$$

Dan fungsi kepadatan peluang  $f(M)$  memiliki sifat

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(M) dM = 1 \quad (4.1.4)$$

Karena  $M$  menyatakan variabel acak besarnya permintaan suku cadang selama *lead time* yang mendefinisikan  $M \geq 0$ , maka rata – rata dari fungsi kepadatan peluang dan fungsi kepadatan peluang dapat ditulis menjadi:

$$E(M) = \int_0^{\infty} M f(M) dM$$

$$\int_0^{\infty} f(M) dM = 1$$



Sehingga diperoleh *safety stock* dari permintaan yaitu:

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^{\infty} (R - M) f(M) dM \\
 &= \int_0^{\infty} R f(M) dM - \int_0^{\infty} M f(M) dM \\
 &= R \int_0^{\infty} f(M) dM - \int_0^{\infty} M f(M) dM \\
 &= R - E(M)
 \end{aligned} \tag{4.1.5}$$

Untuk menghitung  $E(M)$  dengan menggunakan distribusi gamma sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E(M) &= \int_0^{\infty} M f(M) dM \\
 &= \int_0^{\infty} M \frac{1}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\
 &= \frac{1}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} M^{(1+\alpha)-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\
 &= \frac{\beta^{1+\alpha} \Gamma(1+\alpha)}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta^{1+\alpha} \Gamma(1+\alpha)} M^{(1+\alpha)-1} \\
 &\quad \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\
 &= \frac{\beta^{1+\alpha} \Gamma(1+\alpha)}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \\
 &= \beta \frac{\alpha \Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} \\
 &= \beta \alpha
 \end{aligned} \tag{4.1.6}$$

Jadi biaya penyimpanan dapat ditulis dengan

$$\begin{aligned}
 Hc &= h \left( \frac{Q}{2} + S \right) \\
 &= h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) \right) \\
 &= h \left( \frac{Q}{2} + R - \beta \alpha \right)
 \end{aligned} \tag{4.1.7}$$

#### 4.1.2 Biaya Pembelian Suku Cadang

Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli suku cadang. Besarnya biaya pembelian suku cadang selama setahun pada model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* yaitu:

Biaya pembelian = Harga per unit suku cadang x jumlah permintaan suku cadang

$$Pc = pD \quad (4.1.8)$$

#### 4.1.3 Biaya Pemesanan Suku Cadang

Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan suku cadang diajukan, sehingga biaya pemesanan suku cadang selama setahun pada model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* yaitu

Biaya pemesanan = biaya sekali pemesanan x frekuensi pemesanan dalam setahun

Sedangkan besarnya frekuensi pemesanan dalam setahun adalah hasil bagi dari jumlah permintaan ( $D$ ) dengan kuantitas pesanan ( $Q$ ). Sehingga besarnya biaya pemesanan suku cadang dalam setahun dapat ditulis sebagai berikut:

$$Rc = A \times \frac{D}{Q} = A \frac{D}{Q} \quad (4.1.9)$$

#### 4.1.4 Biaya *Stockout* Persediaan Suku Cadang

Jika terjadi kekurangan pada model persediaan ini maka permintaan selama *lead time* lebih besar dari *reorder point* untuk menutupi kekurangan sebelumnya. Sehingga jumlah kekurangannya secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$E(M) = \begin{cases} 0, & M \leq R \\ M - R, & M > R \end{cases}$$

Misalkan distribusi kebutuhan suku cadang selama *lead time* adalah distribusi gamma, maka didapatkan ekspektasi kekurangan persediaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \int_0^R (M > R)f(M)dM + \int_R^\infty (M > R)f(M)dM \\
 &= 0 + \int_R^\infty (M - R)f(M)dM \\
 &= \int_R^\infty (M - R)f(M)dM \quad (4.1.10)
 \end{aligned}$$

Dengan  $M \sim GAM(\beta, \alpha)$  maka p.d.f

$$f(M) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right)$$

Sehingga persamaan (4.1.10) didapatkan ekspektasi kekurangan persediaan berdistribusi gamma menjadi

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \int_R^\infty (M - R) \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\
 &= \int_R^\infty M \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM - \\
 &\quad \int_R^\infty R \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\
 &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{(1+\alpha)-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM - \\
 &\quad \frac{R}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \quad (4.1.11)
 \end{aligned}$$

Misalkan:

$$x = \frac{M}{\beta}$$

$$\beta x = M$$

$$\beta dx = dM$$

Dengan syarat batas:

$$M = R \text{ maka } x = \frac{R}{\beta}$$

$M = \infty$  maka  $x = \infty$

Sehingga penyelesaian dari persamaan (4.1.11) adalah

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{(1+\alpha)-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM - \\
 &\quad \frac{R}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\
 &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty (\beta x)^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} \beta dx - \\
 &\quad \frac{R}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty (\beta x)^{\alpha-1} \exp^{-x} \beta dx \\
 &= \frac{\beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty x^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} dx - \\
 &\quad \frac{R \beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty x^{\alpha-1} \exp^{-x} dx \quad (4.1.12)
 \end{aligned}$$

Karena  $\int_{R/\beta}^\infty x^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} dx$  dan  $\int_R^\infty x^{\alpha-1} \exp^{-x} dx$  merupakan fungsi gamma tidak lengkap. Sehingga penyelesaian dari persamaan (4.1.12) adalah

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \frac{\beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty x^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} dx - \\
 &\quad \frac{R \beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty x^{\alpha-1} \exp^{-x} dx \\
 &= \frac{\beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - \frac{R \beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right) \\
 &= \frac{\beta^\alpha \Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} - \frac{R \beta^\alpha \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \\
 &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} - \frac{R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\
 E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \quad (4.1.13)
 \end{aligned}$$

Besarnya biaya *stockout* persediaan suku cadang adalah sebagai berikut:

Biaya *stockout* = biaya *backorder* per item  $\times$  frekuensi pemesanan per tahun  $\times$  ekspektasi persediaan suku cadang yang habis selama *lead time*

$$Sc = b \frac{D}{Q} E(M > R)$$

$$= b \frac{D}{Q} \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \quad (4.1.14)$$

Telah didapatkan biaya – biaya yang berkaitan dengan model persediaan suku cadang ini mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder* sehingga dari persamaan (4.1.7), (4.1.8), (4.1.9), dan (4.1.14) disubstitusikan pada persamaan (4.1.1). Sehingga didapatkan total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder* yaitu:

$$TC = Hc + Pc + Rc + Sc$$

$$= h \left( \frac{Q}{2} + R - \beta\alpha \right) + pD + A \frac{D}{Q}$$

$$+ b \frac{D}{Q} \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \quad (4.1.15)$$

#### 4.1.5 Kuantitas Pemesanan Optimal (*Order Quantity*)

Kuantitas pemesanan suku cadang yang optimal dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* dapat diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama dari persamaan total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder* terhadap  $Q$  sama dengan 0.

Untuk mendapatkan kuantitas pemesanan yang optimal:

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} = \frac{\partial}{\partial Q} & \left( h \left( \frac{Q}{2} + R - \beta \alpha \right) + pD \right. \\ & \left. + A \frac{D}{Q} b \frac{D}{Q} \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} = \frac{h}{2} + AD \left( -\frac{1}{Q^2} \right) + \\ bD \left( -\frac{1}{Q^2} \right) \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} = \frac{h}{2} + \left( -\frac{1}{Q^2} \right) \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)$$

$$0 = \frac{h}{2} + \left( -\frac{1}{Q^2} \right) \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)$$

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{Q^2} \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right) \quad (4.1.16)$$

Sehingga diperoleh nilai optimal  $Q$ :

$$Q^2 = \frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}$$

$$\begin{aligned}
 |Q^*| &= \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma(1+\alpha\frac{R}{\beta}) - R \Gamma(\alpha\frac{R}{\beta})}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \quad (4.1.17)
 \end{aligned}$$

Karena  $Q^* > 0$  merupakan kuantitas pemesanan yang optimal. Maka untuk  $Q^*$  yang bernilai negatif tidak memenuhi sehingga tidak digunakan. Sehingga kuantitas pemesanan suku cadang yang optimal dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* yaitu:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D \left( A + b \left( \frac{\Gamma(1+\alpha\frac{R}{\beta}) - R \Gamma(\alpha\frac{R}{\beta})}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \quad (4.1.18)$$

#### 4.1.6 Reorder point

*Reorder point* dari suku cadang yang optimal dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder* dapat diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama dari persamaan total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *backorder* terhadap variabel  $R$  sama dengan 0. Sehingga dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} &= 0 \\
 \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} &= \frac{\partial}{\partial R} \left( h \left( \frac{Q}{2} + R - \beta\alpha \right) + pD + A \frac{D}{Q} \right. \\
 &\quad \left. + b \frac{D}{Q} E(M > R) \right)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} = h + b \frac{D}{Q} \left( \frac{\partial}{\partial R} E(M > R) \right) \quad (4.1.19)$$

Dimana

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial R} E(M > R) &= \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^{\infty} (M - R) f(M) dM \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^{\infty} M f(M) dM - \int_R^{\infty} R f(M) dM \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^{\infty} M f(M) dM \right) - \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^{\infty} R f(M) dM \right) \\ &= - \int_R^{\infty} f(M) dM \\ &= -P(M > R) \end{aligned} \quad (4.1.20)$$

Sehingga,

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} = h - b \frac{D}{Q} P(M > R) \quad (4.1.21)$$

$$h - b \frac{D}{Q} P(M > R) = 0$$

$$b \frac{D}{Q} P(M > R) = h$$

$$P(M > R) = \frac{hQ}{bD} \quad (4.1.21)$$

Dengan  $P(M > R)$  merupakan probabilitas dari kekurangan persediaan yang optimal. Nilai probabilitas kekurangan persediaan ini digunakan untuk mencari nilai *safety factor* ( $Z$ ) pada tabel  $Z$ . Sehingga didapatkan nilai *reorder point* yang optimal yaitu  $R = E(M) + ZS_{dl}$ .

## 4.2 Model Persediaan Suku Cadang Dengan Mempertimbangkan *Stockout* dan *Lost sales*

Pada model persediaan suku cadang ini mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales*. Terjadinya *stockout* ini menyebabkan perusahaan harus



kehilangan pelanggan karena semua *stockout* hilang dan tidak pulih. Ketika semua *stockout* hilang, *safety stock* adalah nol. Pada model ini, juga ada tambahan biaya mengenai biaya *stockout* dari persediaan suku cadang.

Total biaya persediaan tahunan untuk model ini adalah sebagai berikut:

$$TC = Hc + Pc + Rc + Sc \quad (4.2.1)$$

dengan:

$Hc$  : Total biaya penyimpanan suku cadang

$Pc$  : Total biaya pembelian suku cadang

$Rc$  : Total biaya pemesanan suku cadang

$Sc$  : Total biaya *stockout* persediaan suku cadang

#### 4.2.1 Biaya Penyimpanan Suku Cadang (*Holding Cost*)

Satu – satunya perbedaan antara *lost sales* dan *backorder* adalah terletak pada *safety stock*. Jumlah yang diharapkan dari *safety stock* di tangan ketika pesanan yang baru tiba ditetapkan sebagai berikut:

$$S = \int_0^{\infty} (R - M)f(M) dM = R - E(M) \quad (4.2.2)$$

Sehingga jumlah kekurangannya secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$E(M) = \begin{cases} M - R, & M \leq R \\ 0, & M > R \end{cases}$$

Namun, karena semua *stockout* hilang, *safety stock* adalah nol ( $M \geq R$ ) dan dapat diasumsikan sebagai berikut:

$$S = \int_0^R (R - M)f(M) dM \quad (4.2.3)$$

dengan:

$S$  : *Safety stock* (stok pengaman)

$R$  : *Reorder point* (titik pemesanan kembali)

$M$  : Permintaan selama *lead time*

$\bar{M}$  : Rata – rata permintaan selama *lead time*

Sehingga diperoleh *safety stock* dari permintaan yaitu:

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^{\infty} (R - M)f(M) dM - \int_R^{\infty} (R - M)f(M) dM \\
 &= R \int_0^{\infty} f(M) dM - M \int_0^{\infty} M f(M) dM \\
 &\quad - \int_B^{\infty} (R - M)f(M) dM \\
 &= R - E(M) + \int_B^{\infty} (M - R)f(M)dM \\
 &= R - E(M) + E(M > R)
 \end{aligned} \tag{4.2.4}$$

Jadi biaya penyimpanan dapat ditulis dengan

$$\begin{aligned}
 Hc &= h \left( \frac{Q}{2} + S \right) \\
 &= h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) + E(M > R) \right)
 \end{aligned} \tag{4.2.5}$$

#### 4.2.2 Biaya Pembelian Suku Cadang

Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli suku cadang. Besarnya biaya pembelian suku cadang selama setahun pada model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* yaitu:

Biaya pembelian = Harga per unit suku cadang x jumlah permintaan suku cadang

$$Pc = pD \tag{4.2.6}$$

#### 4.2.3 Biaya Pemesanan Suku Cadang

Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan suku cadang diajukan, sehingga biaya pemesanan suku cadang selama setahun pada model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* yaitu:

Biaya pemesanan = biaya sekali pemesanan x frekuensi pemesanan dalam setahun

Sedangkan besarnya frekuensi pemesanan dalam setahun adalah hasil bagi dari jumlah permintaan ( $D$ ) dengan kuantitas pesanan ( $Q$ ). Sehingga besarnya biaya pemesanan suku cadang dalam setahun dapat ditulis sebagai berikut:

$$Rc = A \times \frac{D}{Q} = A \frac{D}{Q} \quad (4.2.7)$$

#### 4.2.4 Biaya *Stockout* Persediaan Suku Cadang

Jika terjadi kekurangan pada model persediaan ini maka permintaan selama *lead time* lebih besar dari *reorder point* untuk menutupi kekurangan sebelumnya. Misalkan distribusi kebutuhan suku cadang selama *lead time* adalah distribusi gamma, maka didapatkan ekspektasi kekurangan persediaan sebagai berikut:

$$E(M > R) = \int_R^{\infty} (M - R)f(M)dM \quad (4.2.8)$$

Dengan  $M \sim GAM(\beta, \alpha)$  maka p.d.f

$$f(M) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right)$$

Sehingga persamaan (4.6.9) didapatkan ekspektasi kekurangan persediaan berdistribusi gamma menjadi:

$$\begin{aligned} E(M > R) &= \int_R^{\infty} (M - R) \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\ &= \int_R^{\infty} M \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\ &\quad - \int_R^{\infty} R \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \end{aligned}$$

$$E(M > R) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{(1+\alpha)-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM - \frac{R}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \quad (4.2.9)$$

Misalkan:

$$x = \frac{M}{\beta}$$

$$\beta x = M$$

$$\beta dx = dM$$

Dengan syarat batas:

$$M = R \text{ maka } x = \frac{R}{\beta}$$

$$M = \infty \text{ maka } x = \infty$$

Sehingga penyelesaian dari persamaan (4.2.9) adalah

$$\begin{aligned} E(M > R) &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{(1+\alpha)-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM - \\ &\quad \frac{R}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty M^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{M}{\beta}\right) dM \\ &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty (\beta x)^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} \beta dx - \\ &\quad \frac{R}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty (\beta x)^{\alpha-1} \exp^{-x} \beta dx \\ &= \frac{\beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty x^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} dx - \\ &\quad \frac{R \beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty x^{\alpha-1} \exp^{-x} dx \quad (4.2.10) \end{aligned}$$

Karena  $\int_{R/\beta}^\infty x^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} dx$  dan  $\int_{R/\beta}^\infty x^{\alpha-1} \exp^{-x} dx$  merupakan fungsi gamma tidak lengkap. Sehingga penyelesaian dari persamaan (4.2.10) adalah

$$E(M > R) = \frac{\beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{R/\beta}^\infty x^{(1+\alpha)-1} \exp^{-x} dx -$$

$$\begin{aligned}
& \frac{R \beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_R^\infty x^{\alpha-1} \exp(-x) dx \\
&= \frac{\beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - \frac{R \beta^\alpha}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right) \\
&= \frac{\beta^\alpha \Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} - \frac{R \beta^\alpha \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \\
&= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} - \frac{R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\
&= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \quad (4.2.11)
\end{aligned}$$

Besarnya biaya *stockout* persediaan suku cadang adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Sc &= \left(\frac{bD}{Q}\right) E(M > R) \\
&= \left(\frac{bD}{Q}\right) \left(\frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)}\right) \quad (4.2.12)
\end{aligned}$$

Telah didapatkan biaya – biaya yang berkaitan dengan model persediaan suku cadang ini mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales* sehingga dari persamaan (4.2.5), (4.2.6), (4.2.7), dan (4.2.12) disubstitusikan pada persamaan (4.2.1) Sehingga didapatkan total biaya persediaan suku cadang dengan kekurangan persediaan diperlakukan secara *lost sales* yaitu:

$$\begin{aligned}
TC &= Hc + Pc + Rc + Sc \\
&= h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) + E(M > R) \right) + pD + A \frac{D}{Q} + \\
&\quad \left( \frac{bD}{Q} \right) \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) \right) + pD + A \frac{D}{Q} + \\
&\quad \left( \frac{bD}{Q} + h \right) \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \quad (4.2.13)
\end{aligned}$$

#### 4.2.5 Kuantitas Pemesanan Optimal (*Order Quantity*)

Kuantitas pemesanan suku cadang yang optimal dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* dapat diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama dari persamaan total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales* terhadap  $Q$  sama dengan 0.

Untuk mendapatkan kuantitas pemesanan yang optimal:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} &= 0 \\
\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial Q} &= \frac{\partial}{\partial Q} \left( h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) \right) + pD + A \frac{D}{Q} \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{bD}{Q} + h \right) \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right) \\
&= \frac{h}{2} + AD \left( -\frac{1}{Q^2} \right) + \left( bD \left( -\frac{1}{Q^2} \right) \right) \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \\
&= \frac{h}{2} + \left( -\frac{1}{Q^2} \right) \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)
\end{aligned}$$

maka

$$0 = \frac{h}{2} + \left(-\frac{1}{Q^2}\right) \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)$$

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{Q^2} \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)$$

Sehingga diperoleh nilai optimal  $Q$ :

$$Q^2 = \frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}$$

$$|Q^*| = \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \quad (4.2.14)$$

Karena  $Q^* > 0$  merupakan kuantitas pemesanan yang optimal. Maka untuk  $Q^*$  yang bernilai negatif tidak memenuhi sehingga tidak digunakan. Sehingga kuantitas pemesanan suku cadang yang optimal dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* yaitu:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}}$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \quad (4.2.15)$$

#### 4.2.6 Reorder point

*Reorder point* dari suku cadang yang optimal dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales* dapat diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama dari persamaan total biaya persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan terjadinya *stockout* dan *lost sales* terhadap variabel  $R$  sama dengan 0. Sehingga dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} &= 0 \\ \frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} &= \frac{\partial}{\partial R} \left( h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) \right) + pD + A \frac{D}{Q} + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{bD}{Q} + h \right) \left( \frac{\Gamma(1 + \alpha \frac{R}{\beta}) - R \Gamma(\alpha \frac{R}{\beta})}{\Gamma(\alpha)} \right) \right) \\ &= h + \left( \frac{bD}{Q} + h \right) \frac{\partial}{\partial R} E(M > R) \quad (4.2.16)\end{aligned}$$

Dimana

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial R} E(M > R) &= \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^\infty (M - R) f(M) dM \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^\infty M f(M) dM - \int_R^\infty R f(M) dM \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^\infty M f(M) dM \right) - \frac{\partial}{\partial R} \left( \int_R^\infty R f(M) dM \right) \\ &= - \int_R^\infty f(M) dM \\ &= -P(M > R) \quad (4.2.17)\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\frac{\partial TC(Q, R)}{\partial R} = h - \left( \frac{bD + hQ}{Q} \right) P(M > R)$$



$$\begin{aligned}
 h - \left( \frac{bD + hQ}{Q} \right) P(M > R) &= 0 \\
 \left( \frac{bD + hQ}{Q} \right) P(M > R) &= h \\
 P(M > R) &= \frac{hQ}{bD + hQ} \quad (4.2.18)
 \end{aligned}$$

Dengan  $P(M > R)$  merupakan probabilitas dari kekurangan persediaan yang optimal. Nilai probabilitas kekurangan persediaan ini digunakan untuk mencari nilai *safety factor* ( $Z$ ) pada tabel  $Z$ . Sehingga didapatkan nilai *reorder point* yang optimal yaitu  $R = E(M) + ZS_{dl}$ .

### 4.3 Simulasi Numerik

Pada subbab ini, akan dilakukan simulasi numerik dari model yang telah diperoleh. Terdapat 15 jenis suku cadang yang ada di Tirta Agung Motor Mojokerto. Dari 15 jenis suku cadang yang ada terdapat 3 suku cadang yang termasuk dalam *preventive maintenance* yaitu suku cadang 06455KVB01, suku cadang 23100KZRBA0, dan suku cadang 31926KRM842. Data aktual permintaan dari 15 jenis suku cadang selama 1 tahun terdapat pada lampiran A.

#### 4.3.1 Penentuan Jenis Distribusi

Pada tahap awal dilakukan penentuan distribusi dari data aktual permintaan suku cadang. Pada simulasi numerik data yang dipakai untuk pengujian distribusi adalah data suku cadang 23100KZRBA0 yang termasuk dalam *preventive maintenance*. Sehingga didapatkan hasil pengujian distribusi pada Gambar 4.1 Dari hasil pengujian distribusi didapatkan hasil bahwa data permintaan suku cadang 23100KZRBA0 berdistribusi gamma, terlihat pada Gambar 4.2 bahwa memenuhi uji Kolmogorov Smirnov.

#	Distribution	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		Chi-Squared	
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	Statistic	Rank
44	Normal	0,21393	1	0,71507	19	N/A	
29	Inv. Gaussian	0,21437	2	0,71262	18	N/A	
4	Cauchy	0,21703	3	0,63226	1	N/A	
22	Gen. Gamma	0,21771	4	0,69577	12	N/A	
40	Logistic	0,22031	5	0,66448	5	N/A	
43	Nakagami	0,22134	6	0,68478	8	N/A	
19	Gamma	0,22276	7	0,67048	7	N/A	
28	Hypersecant	0,2257	8	0,65089	3	N/A	
49	Pearson 6	0,22595	9	0,68602	9	N/A	
15	Fatigue Life	0,22654	10	0,69545	11	N/A	
41	Lognormal	0,22707	11	0,69429	10	N/A	
55	Rayleigh (2P)	0,2298	12	0,80451	28	N/A	
36	Log-Gamma	0,2348	13	0,67047	6	N/A	
11	Error	0,23485	14	0,64722	2	N/A	
47	Pearson 5	0,23616	15	0,70016	14	N/A	
33	Laplace	0,24397	16	0,6586	4	N/A	
60	Uniform	0,24526	17	4,3818	43	N/A	
38	Log-Logistic (3P)	0,24694	18	0,72077	20	N/A	
59	Triangular	0,24962	19	4,4243	44	N/A	
7	Dagum	0,25718	20	0,72964	21	N/A	
31	Johnson SU	0,25933	21	0,70514	15	N/A	

Gambar 4.1 Jenis Distribusi Suku Cadang 23100KZRBA0

Gamma [#19]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size	12				
Statistic	0,22276				
P-Value	0,51991				
Rank	7				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	0,29577	0,33815	0,37543	0,41918	0,44905
Reject?	No	No	No	No	No

Gambar 4.2 Suku Cadang 23100KZRBA0 Berdistribusi Gamma

#### 4.3.2 Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan Mempertimbangkan *Stockout* dan *Backorder*

Untuk mendapatkan hasil optimal pada kuantitas pemesanan dan titik pemesanan kembali, perlu dilakukan iterasi agar diperoleh hasil yang optimal apabila  $E(M > R_i) = E(M > R_{i-1})$ . Tahapan awal dengan iterasi pertama.

BULAN											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
18	20	20	18	15	25	25	20	15	18	18	15

Tabel 4.1 Data permintaan suku cadang 23100KZRBA0 tahun 2015

Jika diketahui harga suku cadang ( $p$ ) per item untuk suku cadang 23100KZRBA0 adalah Rp. 173.000,00, biaya penyimpanan ( $h$ ) per item adalah Rp. 15.570,00, biaya pemesanan untuk setiap kali pesan ( $A$ ) adalah Rp. 21.812,5, biaya kekurangan persediaan per item ( $b$ ) adalah Rp43.250,00. Jumlah permintaan suku cadang 23100KZRBA0 dalam 1 tahun ( $D$ ) adalah 227, rata – rata *lead time* diasumsikan ( $L$ ) sebesar 0,526562. Standar deviasi permintaan selama *lead time* ( $S_{dL}$ ) adalah 2,621202. Untuk perhitungan biaya persediaan suku cadang dapat dilihat di lampiran B.

Langkah pertama

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \sqrt{\frac{2AD}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \times 21.812,5 \times 227}{15.570}} \\
 &= 25,219492
 \end{aligned}$$

Langkah kedua menghitung nilai probabilitas dari kekurangan persediaan yaitu:

$$\begin{aligned}
 \int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_1}{bD} \\
 &= \frac{15.570 \times 25,21949}{43.250 \times 227} \\
 &= \frac{392667,5}{9817750} \\
 &= 0,039996
 \end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilistik dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai Z, kemudian langkah ketiga menghitung nilai R dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{R_1 - E(M)}{S_{dl}} &= Z \\
 \frac{R_1 - 18,916667}{2,621202} &= 1,750736 \\
 R_1 &= 23,505701
 \end{aligned}$$

Langkah keempat adalah mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_1}{\beta}\right) - R_1 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_1}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\
 &= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{23,505701}{0,5333}\right) - 23,505701 \Gamma\left(35,4736, \frac{23,505701}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= \frac{\Gamma(36,4736, 44,29738) - 23,505701 \Gamma(35,4736, 44,29738)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= 1,934628
 \end{aligned}$$

Kemudian langkah kelima mencari nilai Q optimal yaitu:

$$\begin{aligned}
 Q^* &= \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma(1+\alpha, \frac{R}{\beta}) - R \Gamma(\alpha, \frac{R}{\beta})}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \\
 Q_2 &= \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(1,934628))}{15.570}} \\
 &= 55,459927
 \end{aligned}$$

Untuk langkah selanjutnya yaitu mengulangi langkah 2 sampai langkah 5 hingga mendapatkan nilai Q dan R yang tidak berubah. Nilai probabilistik dari kekurangan persediaan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_2}{bD} \\
 &= \frac{15.570 \times 55,459927}{43.250 \times 227} \\
 &= \frac{863511,1}{9817750} \\
 &= 0,087954
 \end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilistik dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai Z, kemudian menghitung nilai R dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{R_2 - E(M)}{S_{dl}} &= Z \\
 \frac{R_2 - 18,916667}{2,621202} &= 1,353462 \\
 R_2 &= 22,464363
 \end{aligned}$$

Kemudian mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_2}{\beta}\right) - R_2 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_2}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\
 &= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{22,464363}{0,5333}\right) - 22,464363 \Gamma\left(35,4736, \frac{22,464363}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= \frac{\Gamma(36,4736, 42,35615) - 22,464363 \Gamma(35,4736, 42,35615)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= 3,099505
 \end{aligned}$$

Selanjutnya mencari nilai Q optimal yaitu:

$$\begin{aligned}
 Q^* &= \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \\
 Q_3 &= \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(3,099505))}{15.570}} \\
 &= 67,415452
 \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya yaitu mendapatkan nilai probabilistik dari kekurangan persediaan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_3}{bD} \\
 &= \frac{15.570 \times 67,415452}{43.250 \times 227} \\
 &= \frac{1049659}{9817750} \\
 &= 0,106914
 \end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilitas dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai  $Z$ , kemudian menghitung nilai  $R$  dengan cara berikut:

$$\frac{R_3 - E(M)}{S_{dl}} = Z$$

$$\frac{R_3 - 18,916667}{2,621202} = 1,243106$$

$$R_3 = 22,175099$$

Kemudian mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

$$E(M > R) = \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_3}{\beta}\right) - R_3 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_3}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

$$= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{22,175099}{0,5333}\right) - 22,175099 \Gamma\left(35,4736, \frac{22,175099}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)}$$

$$= \frac{\Gamma(36,4736, 41,82672) - 22,175099 \Gamma(35,4736, 41,82672)}{\Gamma(35,4736)}$$

$$= 3,500019$$

Selanjutnya mencari nilai  $Q$  optimal yaitu:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}}$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}}$$

$$Q_4 = \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(3,500019))}{15.570}}$$

$$= 71,062896$$

Langkah selanjutnya yaitu mendapatkan nilai probabilitas dari kekurangan persediaan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_4}{bD} \\ &= \frac{15.570 \times 71,062896}{43.250 \times 227} \\ &= \frac{1106449}{9817750} = 0,112699\end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilitas dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai Z, kemudian menghitung nilai R dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}\frac{R_4 - E(M)}{S_{dl}} &= Z \\ \frac{R_4 - 18,916667}{2,621202} &= 1,225 \\ R_4 &= 22,094349\end{aligned}$$

Kemudian mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_4}{\beta}\right) - R_4 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_4}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\ &= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{22,094349}{0,5333}\right) - 22,094349 \Gamma\left(35,4736, \frac{22,094349}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)} \\ &= \frac{\Gamma(36,4736, 41,65025) - 22,094349 \Gamma(35,4736, 41,65025)}{\Gamma(35,4736)} \\ &= 3,618112\end{aligned}$$



Selanjutnya mencari nilai  $Q$  optimal yaitu:

$$\begin{aligned}
 Q^* &= \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma(1+\alpha, \frac{R}{\beta}) - R \Gamma(\alpha, \frac{R}{\beta})}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \\
 Q_5 &= \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(3,618112))}{15.570}} \\
 &= 72,103150
 \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya yaitu mendapatkan nilai probabilitas dari kekurangan persediaan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_5}{bD} \\
 &= \frac{15.570 \times 72,103150}{43.250 \times 227} \\
 &= \frac{1122646}{9817750} \\
 &= 0,114349
 \end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilitas dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai  $Z$ , kemudian menghitung nilai  $R$  dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{R_5 - E(M)}{S_{dl}} &= Z \\
 \frac{R_5 - 18,916667}{2,621202} &= 1,203722 \\
 R_5 &= 22,071864
 \end{aligned}$$

Kemudian mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

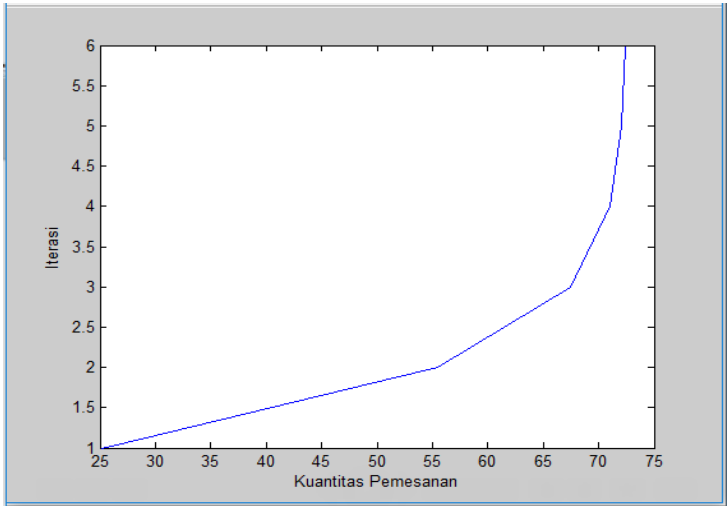
$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_5}{\beta}\right) - R_5 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_5}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\
 &= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{22,071864}{0,5333}\right) - 22,071864 \Gamma\left(35,4736, \frac{22,071864}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= \frac{\Gamma(36,4736, 41,65025) - 22,071864 \Gamma(35,4736, 41,65025)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= 3,651488
 \end{aligned}$$

Selanjutnya mencari nilai  $Q$  optimal yaitu:

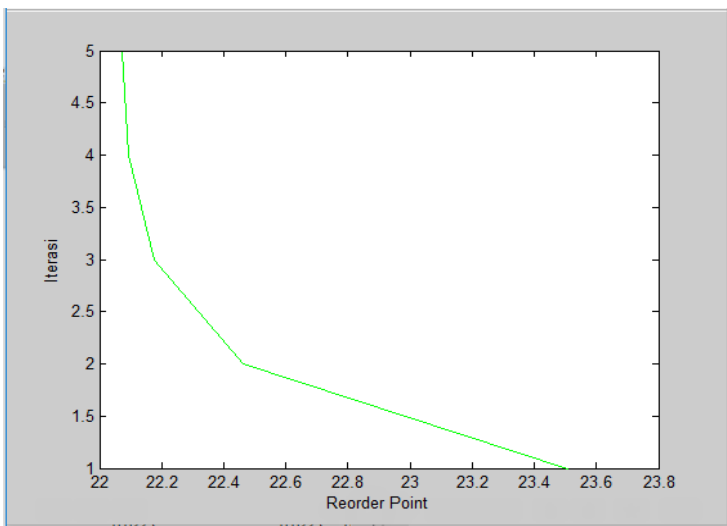
$$\begin{aligned}
 Q^* &= \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \\
 Q_6 &= \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(3,651488))}{15.570}} \\
 &= 72,394436
 \end{aligned}$$

Pada iterasi kelima dinyatakan sudah mencapai nilai optimal dikarenakan selisih antara  $Q_6$  dan  $Q_5$  kurang dari 1. Sehingga perhitungan diatas didapatkan nilai  $Q$  dan  $R$  yang optimal. Untuk nilai  $Q$  optimal sebesar 72,394436  $\approx$  72 item dan  $R$  optimal sebesar 22,071864  $\approx$  22 item.

Untuk grafik besarnya nilai kuantitas pemesanan dan *reorder point* per iterasi sebagai berikut:



Gambar 4.3 Kuantitas pemesanan suku cadang 23100KZRBA0 pada *backorder*



Gambar 4.4 *Reorder point* suku cadang 23100KZRBA0 pada *backorder*

Langkah selanjutnya adalah menghitung total biaya persediaan suku cadang

$$\begin{aligned}
 TC &= Hc + Pc + Rc + Sc \\
 &= h \left( \frac{Q}{2} + R - \beta\alpha \right) + pD + A \frac{D}{Q} + b \frac{D}{Q} (E(M > R)) \\
 &= 15.570 \left( \frac{72}{2} + 22 - 18,91807 \right) + (173.000 \times \\
 &\quad 227) + 21.812,5 \frac{227}{72} + 43.250 \frac{227}{72} (3,651488) \\
 &= 612.717,106740 + 39.271.000 + 68.395,276952 + \\
 &\quad 495.195,406337 \\
 &= 40.447.307,790029
 \end{aligned}$$

Sehingga total biaya persediaan suku cadang 23100KZRBA0 dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* yang minimum adalah sebesar Rp 40.447.307,790029

#### 4.3.3 Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan Mempertimbangkan *Stockout* dan *Lost sales*

Langkah pertama

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \sqrt{\frac{2AD}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \times 21.812,5 \times 227}{15.570}} \\
 &= 25,219492
 \end{aligned}$$

Langkah kedua menghitung nilai probabilitas dari kekurangan persediaan yaitu:

$$\begin{aligned}
 \int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_1}{bD + hQ_1} \\
 &= \frac{15.570 \times 25,21949}{(43.250 \times 227) + (15.570 \times 25,21949)} \\
 &= \frac{392667,5}{9817750} \\
 &= 0,038458
 \end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilitas dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai  $Z$ , kemudian langkah ketiga menghitung nilai  $R$  dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{R_1 - E(M)}{S_{dl}} &= Z \\
 \frac{R_1 - 18,916667}{2,621202} &= 1,768873 \\
 R_1 &= 23,553241
 \end{aligned}$$

Langkah keempat adalah mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_1}{\beta}\right) - R_1 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_1}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\
 &= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{23,553241}{0,5333}\right) - 23,553241 \Gamma\left(35,4736, \frac{23,553241}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= \frac{\Gamma(36,4736, 44,39823) - 23,553241 \Gamma(35,4736, 44,39823)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= 1,768873
 \end{aligned}$$

Kemudian langkah kelima mencari nilai Q optimal yaitu:

$$\begin{aligned}
 Q^* &= \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma(1+\alpha, \frac{R}{\beta}) - R \Gamma(\alpha, \frac{R}{\beta})}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \\
 Q_2 &= \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(1,768873))}{15.570}} \\
 &= 54,962693
 \end{aligned}$$

Untuk langkah selanjutnya yaitu mengulangi langkah 2 sampai langkah 5 hingga mendapatkan nilai Q dan R yang tidak berubah. Nilai probabilistik dari kekurangan persediaan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_2}{bD + hQ_2} \\
 &= \frac{15.570 \times 54,962693}{(43.250 \times 227) + (15.570 \times 54,962693)} \\
 &= 0,080177
 \end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilistik dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai Z, kemudian menghitung nilai R dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{R_2 - E(M)}{S_{dl}} &= Z \\
 \frac{R_2 - 18,916667}{2,621202} &= 1,403883 \\
 R_2 &= 22,596528
 \end{aligned}$$

Kemudian mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_2}{\beta}\right) - R_2 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_2}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\
 &= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{22,596528}{0,5333}\right) - 22,596528 \Gamma\left(35,4736, \frac{22,596528}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= \frac{\Gamma(36,4736, 42,80574) - 22,596528 \Gamma(35,4736, 42,80574)}{\Gamma(35,4736)} \\
 &= 2,928071
 \end{aligned}$$

Selanjutnya mencari nilai Q optimal yaitu:

$$\begin{aligned}
 Q^* &= \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}} \\
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \\
 Q_3 &= \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(2,928071))}{15.570}} \\
 &= 65,792443
 \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya yaitu mendapatkan nilai probabilistik dari kekurangan persediaan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_3}{bD + hQ_3} \\
 &= \frac{15.570 \times 65,792443}{(43.250 \times 227) + (15.570 \times 65,792443)} \\
 &= 0,094482
 \end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilistik dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai Z, kemudian menghitung nilai R dengan cara berikut:

$$\frac{R_3 - E(M)}{S_{dl}} = Z$$

$$\frac{R_3 - 18,916667}{2,621202} = 1,313649$$

$$R_3 = 22,360007$$

Kemudian mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

$$E(M > R) = \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_3}{\beta}\right) - R_3 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_3}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

$$= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{22,360007}{0,5333}\right) - 22,360007 \Gamma\left(35,4736, \frac{22,360007}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)}$$

$$= \frac{\Gamma(36,4736, 42,20488) - 22,360007 \Gamma(35,4736, 42,20488)}{\Gamma(35,4736)}$$

$$= 3,239963$$

Selanjutnya mencari nilai Q optimal yaitu:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}}$$

$$= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}}$$

$$Q_4 = \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(3,239963))}{15.570}}$$

$$= 68,716637$$



Langkah selanjutnya yaitu mendapatkan nilai probabilitas dari kekurangan persediaan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\int_R^{\infty} f(M) dM &= \frac{hQ_4}{bD + hQ_4} \\ &= \frac{15.570 \times 68,716637}{(43.250 \times 227) + (15.570 \times 68,716637)} \\ &= 0,098269\end{aligned}$$

Dengan pendekatan distribusi normal, nilai probabilitas dari kekurangan persediaan digunakan untuk mengetahui nilai  $Z$ , kemudian menghitung nilai  $R$  dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}\frac{R_4 - E(M)}{S_{dl}} &= Z \\ \frac{R_4 - 18,916667}{2,621202} &= 1,291479 \\ R_4 &= 22,301895\end{aligned}$$

Kemudian mencari ekspektasi kekurangan persediaan dengan cara sebagai berikut:

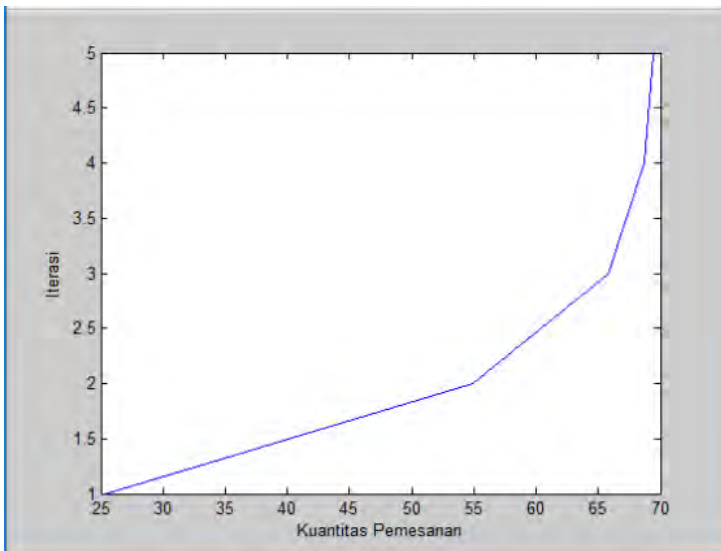
$$\begin{aligned}E(M > R) &= \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R_4}{\beta}\right) - R_4 \Gamma\left(\alpha, \frac{R_4}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \\ &= \frac{\Gamma\left(1 + 35,4736, \frac{22,301895}{0,5333}\right) - 22,301895 \Gamma\left(35,4736, \frac{22,301895}{0,5333}\right)}{\Gamma(35,4736)} \\ &= \frac{\Gamma(36,4736, 42,02841) - 22,301895 \Gamma(35,4736, 42,02841)}{\Gamma(35,4736)} \\ &= 3,320146\end{aligned}$$

Selanjutnya mencari nilai  $Q$  optimal yaitu:

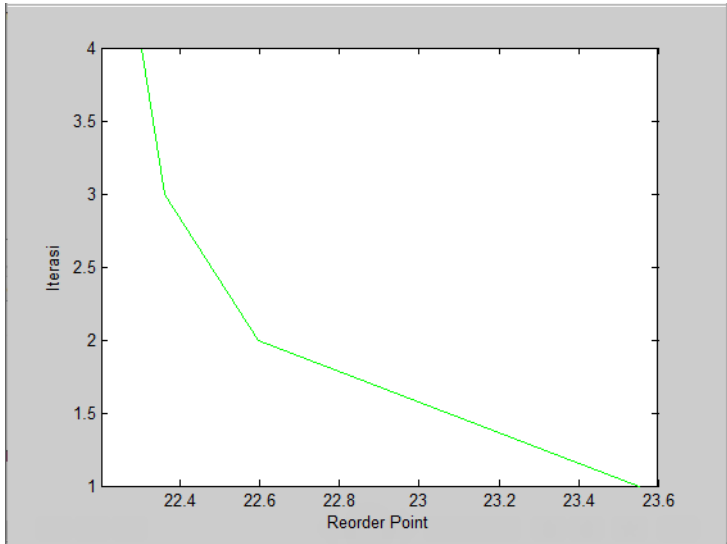
$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma\left(1 + \alpha, \frac{R}{\beta}\right) - R \Gamma\left(\alpha, \frac{R}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{2D(A + bE(M > R))}{h}} \\
 Q_5 &= \sqrt{\frac{2 \times 227(21812,5 + 43.250(3,320146))}{15.570}} \\
 &= 69,448509
 \end{aligned}$$

Pada iterasi kelima dinyatakan sudah mencapai nilai optimal dikarenakan selisih antara  $Q_5$  dan  $Q_4$  kurang dari 1. Sehingga perhitungan diatas didapatkan nilai  $Q$  dan  $R$  yang optimal. Untuk nilai  $Q$  optimal sebesar  $69,448509 \approx 69$  item dan  $R$  optimal sebesar  $22,301895 \approx 22$  item. Untuk grafik besarnya nilai kuantitas pemesanan dan *reorder point* per iterasi sebagai berikut:



Gambar 4.5 Kuantitas pemesanan suku cadang 23100KZRBA0 pada *backorder*



Gambar 4.6 *Reorder point* suku cadang 23100KZRBA0 pada *lost sales*

Langkah selanjutnya adalah menghitung total biaya persediaan suku cadang

$$TC = Hc + Pc + Rc + Sc$$

$$= h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) + E(M > R) \right) + pD + A \frac{D}{Q} + \frac{bD}{Q} (E(M > R))$$

$$= 15.570 \left( \frac{69}{2} + 22 - 18,91807 + 3,320146 \right) +$$

$$(173.000 \times 227) + 21.812,5 \frac{227}{69} +$$

$$\frac{43.250 \times 227}{69} (3,320146)$$

$$= 645.059,315180 + 39.271.000 + 71.296,527043 + 469.360,109125$$

$$= 40.456.715,951348$$

Sehingga total biaya persediaan suku cadang 23100KZRBA0 dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* yang minimum adalah sebesar Rp 40.456.715,951348.

Untuk perhitungan suku cadang lainnya terdapat pada lampiran C.

Tabel 4.2 Biaya persediaan tiap suku cadang

Nomor Suku Cadang	06455KVBTO1	31926KRM842
Biaya Pembelian	Rp50.000,00	Rp17.500,00
Biaya Pemesanan	Rp21.812,50	Rp21.812,50
Biaya Penyimpanan	Rp4.500,00	Rp1.575,00
Biaya Kekurangan	Rp12.500,00	Rp4.375,00

Pada Tabel 4.2 diketahui biaya yang muncul dalam pemesanan, pembelian, penyimpanan, dan kekurangan. Untuk perhitungan lengkapnya terdapat pada lampiran B.

Tabel 4.3 Hasil perhitungan suku cadang nomor 06455KVBTO1 dan suku cadang nomor 3192KRM842.

Nomor Suku Cadang	06455KVBTO1	31926KRM842
$D$	231	235
KASUS <i>BACKORDER</i>		
$Q^*$	84	111
$R$	22	22
$TC$	Rp 11.940.892,577997	Rp4.291.316,818133
KASUS <i>LOST SALES</i>		
$Q^*$	81	109
$R$	23	22
$TC$	Rp 11.945.347,124130	Rp 4.294.098,653804

Pada Tabel 4.2 untuk jenis suku cadang nomor 06455KVBT01 pada kasus *backorder* didapatkan nilai Q optimal sebesar 84 dan nilai R sebesar 22 dan total biaya persediaan sebesar Rp 11.940.892,577997. Sedangkan pada kasus *lost sales* untuk suku cadang 06455KVBT01 didapatkan nilai Q optimal sebesar 81 dan nilai R sebesar 23 dan total biaya persediaan sebesar Rp 11.945.347,124130.

Selanjutnya untuk suku cadang nomor 3192KRM842 pada kasus *backorder* didapatkan nilai Q optimal sebesar 111 dan nilai R sebesar 22 dan total biaya persediaan sebesar Rp 4.291.316,818133. Sedangkan pada kasus *lost sales* untuk suku cadang 3192KRM842 didapatkan nilai Q optimal sebesar 109 dan nilai R sebesar 22 dan total biaya persediaan sebesar Rp 4.294.098,653804.

## LAMPIRAN A

### Data Aktual Permintaan Suku Cadang di Tirto Agung Motor Mojokerto Pada Tahun 2015

NOMOR SUKU CADANG	BULAN											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	24	15	18	18	20	24	15	20	24	20	15	18
2.	24	40	0	48	36	36	30	18	13	27	31	22
3.	18	20	20	18	15	25	25	20	15	18	18	15
4.	22	24	17	10	48	0	18	0	26	21	48	48
5.	24	24	16	20	24	10	36	48	30	48	12	16
6.	36	16	10	24	36	28	21	33	38	35	40	30
7.	24	20	15	18	20	24	15	20	24	15	22	18
8.	36	28	30	25	28	34	36	24	25	31	22	27
9.	32	24	30	25	26	28	27	36	40	20	25	36
10.	10	15	12	9	7	10	6	12	15	18	7	13
11.	12	14	10	9	6	10	13	5	8	12	6	8
12.	28	34	36	24	25	31	22	27	32	24	30	25
13.	21	13	15	16	17	11	14	19	16	13	16	10
14.	16	13	16	10	15	22	17	21	18	13	25	18
15.	9	10	15	15	0	7	6	10	8	8	3	9

Keterangan :

1. Suku cadang nomor 06455KVBT01
2. Suku cadang nomor 08264M99Z0BN9
3. Suku cadang nomor 23100KZRBAO
4. Suku cadang nomor 34901KPH881
5. Suku cadang nomor 44830KVBT00
6. Suku cadang nomor 91211KN7671

7. Suku cadang nomor 31926KRM842
8. Suku cadang nomor HB6201RS
9. Suku cadang nomor 53105KRC900
10. Suku cadang nomor HB6204
11. Suku cadang nomor 2751430014NR00
12. Suku cadang nomor 9806786871
13. Suku cadang nomor 38110KTM851
14. Suku cadang nomor 43130KZL930
15. Suku cadang nomor 31500KZR601

## LAMPIRAN B

### Biaya – Biaya Persediaan

#### A. Biaya Pembelian Suku Cadang (*Purchased Cost*)

Harga dari tiap – tiap item suku cadang yaitu:

1. Harga untuk suku cadang nomor 06455KVBT01 adalah sebesar Rp. 50.000,00 per item.
2. Harga untuk suku cadang nomor 23100KZRBA0 adalah sebesar Rp. 173.000,00 per item.
3. Harga untuk suku cadang nomor 31926KRM842 adalah sebesar Rp. 17.500,00 per item.

#### B. Biaya Pemesanan Suku Cadang (*Ordering Cost*)

Biaya pemesanan suku cadang ini meliputi biaya telepon, biaya administrasi, dan biaya tenaga kerja. Perhitungan biaya pemesanan ini ditentukan dengan cara mengestimasi biaya. Perhitungan estimasi biaya tersebut sebagai berikut:

##### 1. Biaya Telepon

Pihak dealer melakukan komunikasi dengan supplier melalui telepon sebanyak 2 x 5 menit untuk melakukan pemesanan. Diambil dari [www.telkom.co.id](http://www.telkom.co.id) mengikuti tarif zona I (30-200 km) sebesar Rp. 1.100,00. Sehingga besarnya biaya telepon adalah  $2 \times 5 \text{ menit} \times \text{Rp. 1.100,00} = \text{Rp. 11.000,00}$ .

##### 2. Biaya Administrasi

Biaya administrasi ini meliputi kertas, fotocopy dan juga print susah ditentukan maka diasumsikan sebesar Rp 3.000,00.

##### 3. Biaya Tenaga Kerja



Pengambilan keputusan pembelian suku cadang dilakukan oleh 1 orang yaitu penanggung jawab bengkel Ahass. Gaji per bulan dari penanggung jawab bengkel Ahass sebesar Rp. 6.000.000. Masa aktif kerja selama 1 bulan sebanyak 24 hari dengan 8 jam kerja per hari. Sedangkan waktu pengambilan keputusan untuk membeli suku cadang adalah 30 menit. Dengan demikian biaya tenaga kerja adalah:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\text{Gaji per bulan}}{\text{masa aktif kerja} \times \text{jam aktif kerja}} : 2 \\
 &= \frac{\text{Rp. 3.000.000,00}}{24 \times 8} : 2 \\
 &= \frac{\text{Rp. 3.000.000,00}}{192} : 2 \\
 &= \frac{\text{Rp. 15.625,00}}{2} \\
 &= \text{Rp. 7.812,5}
 \end{aligned}$$

Sehingga total biaya pemesan suku cadang = biaya telepon + biaya administrasi + biaya tenaga kerja = Rp. 11.000,00 + Rp. 3.000,00 + Rp. 7.812,5 = Rp. 21.812,5.

### C. Biaya Penyimpanan Suku Cadang (*Holding Cost*)

Biaya penyimpanan untuk setiap jenis suku cadang adalah fraksi prosentase dari harga suku cadang. Prosentase biaya simpan suku cadang (*i*) adalah sebesar 9%.

1. Suku cadang nomor 06455KVB01  
 $= 9\% \times \text{Rp. 50.000,00} = \text{Rp. 4.500,00}$
2. Suku cadang nomor 23100KZRBA0  
 $= 9\% \times \text{Rp. 173.000,00} = \text{Rp. 15.570,00}$
3. Suku cadang nomor 31926KRM842

$$= 9\% \times \text{Rp. } 17.500,00 = \text{Rp. } 1.575,00$$

D. Biaya Kekurangan Persediaan Suku Cadang (*Stockout Cost*)

Besarnya biaya kekurangan persediaan suku cadang telah ditentukan oleh dealer masing – masing. *Stockout cost* pada dasarnya bukan biaya nyata, melainkan berupa biaya kehilangan kesempatan. Data *stockout cost* merupakan data yang diambil dari dealer yaitu sebesar 25% dari harga suku cadang tersebut. Sehingga besarnya biaya kekurangan suku cadang adalah

1. Suku cadang nomor 06455KVB01  

$$= 25\% \times \text{Rp. } 50.000,00 = \text{Rp. } 12.500,00$$
2. Suku cadang nomor 23100KZRB0  

$$= 25\% \times \text{Rp. } 173.000,00 = \text{Rp. } 43.250,00$$
3. Suku cadang nomor 31926KRM842  

$$= 25\% \times \text{Rp. } 17.500,00 = \text{Rp. } 4.375,00$$

*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

## LAMPIRAN C

### SOURCE CODE

#### ***BACKORDER***

```
% Masukkan Data Suku Cadang
% DD=xlsread('data suku cadang (for
matlab).xlsx','Sheet1','B3:B14');% 1
% DD=xlsread('data suku cadang (for
matlab).xlsx','Sheet1','H3:H14');% 7
DD=xlsread('data suku cadang (for
matlab).xlsx','Sheet1','D3:D14');% 3

%Hitungan Awal
D=sum(DD);
bar_D = sum(DD)/size(DD,1);
stdevD = sqrt(sum((DD-
bar_D).^2/(size(DD,1)-1)));
% LT=[0.548 0.571 0.484 0.567 0.613 0.533
0.452 0.58 0.567 0.452 0.5
0.452];%sukucadang1
% LT=[0.484 0.5 0.452 0.533 0.452 0.5
0.452 0.516 0.567 0.452 0.5 0.452];%
sukucadang 7
LT=[0.516 0.571 0.452 0.567 0.452 0.5
0.452 0.581 0.567 0.452 0.5 0.452];%
sukucadang 3
bar_LT=sum(LT)/size (DD,1);
stdevLT=sqrt(sum((LT'-
bar_LT).^2/(size(DD,1)-1)));
a=gamfit(DD);
E_M=a(1)*a(2);
stdevDLT=sqrt((bar_LT*(stdevD^2))+((bar_D
^2)*(stdevLT^2)));

%penentuan Q dan R optimal
% P=50000;% suku cadang 1
% P=17500;% suku cadang 7
```

```

P=173000;% suku cadang 3
A=21812.5;% suku cadang 3
% h=4500;% suku cadang 1
% h=1575;% suku cadang 7
h=15570;% suku cadang 3
% b=12500;% suku cadang 1
% b=4375;% suku cadang 7
b=43250;% suku cadang 3
fprintf('Biaya Pembelian(p) = Rp %f',P)
fprintf('\n')
fprintf('Biaya Pemesanan(a) = Rp %f',A)
fprintf('\n')
fprintf('Biaya Penyimpanan(h) = Rp %f',h)
fprintf('\n')
fprintf('Biaya Kekurangan Persediaan(b) =
Rp %f',b)
fprintf('\n')
fprintf('D = %f',D)
fprintf('\n')
fprintf('E_M = %f',E_M)
fprintf('\n')
fprintf('S_dl = %f',stdevDLT)
fprintf('\n')
Q(1)=sqrt((2*A*D)/h);
fprintf('Q1 = %f',Q(1))
fprintf('\n')
fprintf('\n')

%iterasi pertama
disp('Iterasi Ke-1')
CDF(1)=(h*Q(1))/(b*D);
fprintf('P(M>R1) = %f',CDF(1))
fprintf('\n')
Z(1)=norminv(1-CDF(1));
fprintf('Z = %f',Z(1))
fprintf('\n')
ROP(1)=(Z(1)*stdevDLT)+E_M;
fprintf('R1 = %f',ROP(1))

```

```

fprintf('\n')
Eksp(1)=(igamma((1+a(1)),(ROP(1)/a(2)))-
ROP(1)*igamma(a(1),(ROP(1)/a(2))))/gamma(
a(1));
fprintf('E(M>R1) = %f',Eksp(1))
fprintf('\n')
Q(2)=sqrt((2*D*(A+b*Eksp(1)))/h);
fprintf('Q2 = %f',Q(2))
fprintf('\n')
fprintf('\n')

```

### %Iterasi Kedua

```

fprintf('Iterasi Ke-2')
fprintf('\n')
CDF(2)=(h*Q(2))/(b*D);
fprintf('P(M>R2) = %f',CDF(2))
fprintf('\n')
Z(2)=norminv(1-CDF(2));
fprintf('Z = %f',Z(2))
fprintf('\n')
ROP(2)=(Z(2)*stdevDLT)+E_M;
fprintf('R2 = %f',ROP(2))
fprintf('\n')
Eksp(2)=(igamma((1+a(1)),(ROP(2)/a(2)))-
ROP(2)*igamma(a(1),(ROP(2)/a(2))))/gamma(
a(1));
fprintf('E(M>R2) = %f',Eksp(2))
fprintf('\n')
Q(3)=sqrt((2*D*(A+b*Eksp(2)))/h);
fprintf('Q3 = %f',Q(3))
fprintf('\n')
fprintf('\n')

```

### %Iterasi Selanjutnya

```

t=2;
selisih=abs(Q(2)-Q(1));
beda=abs(ROP(2)-ROP(1));
while (selisih>=1)||(beda>=1)

```

```

%      (Z(t)~=Z(t-1))
t=t+1;
fprintf('Iterasi Ke-%d', t)
fprintf('\n')
CDF(t)=(h*Q(t))/(b*D);
fprintf('P(M>R%d) = %f',t,CDF(t))
fprintf('\n')
Z(t)=norminv(1-CDF(t));
fprintf('Z = %f',Z(t))
fprintf('\n')
ROP(t)=(Z(t)*stdevDLT)+E_M;
beda=abs(ROP(t)-ROP(t-1));
fprintf('R%d = %f',t,ROP(t))
fprintf('\n')
PDF(t)=1/(sqrt(2*pi))*exp(0.5*(Z(t)^2));
fprintf('PDF%d = %f',t,PDF(t))
fprintf('\n')

Eksp(t)=(igamma((1+a(1)), (ROP(t)/a(2)))-
ROP(t)*igamma(a(1), (ROP(t)/a(2))))/gamma(
a(1));
fprintf('E(M>R%d) = %f',t,Eksp(t))
fprintf('\n')
Q(t+1)=sqrt((2*D*(A+b*Eksp(t)))/h);
selisih=abs(Q(t+1)-Q(t));
fprintf('Q%d = %f', (t+1),Q(t+1))
fprintf('\n')
fprintf('\n')

end

%TC
fprintf('Q akhir = %f',Q(t+1))
fprintf('\n')
fprintf('R akhir = %f',ROP(t))
fprintf('\n')
Q_akhir=input('Q akhir = ');
ROP_akhir=input('R akhir = ');

```

```

HC=h*((Q_akhir/2)+(ROP_akhir-E_M));
fprintf('H_C = %f',HC)
fprintf('\n')
PC=P*D;
fprintf('P_C = %f',PC)
fprintf('\n')
RC=A*(D/Q_akhir);
fprintf('R_C = %f',RC)
fprintf('\n')
SC=b*(D/Q_akhir)*Eksp(t);
fprintf('S_C = %f',SC)
fprintf('\n')
TC=HC+PC+RC+SC;
fprintf('T_C = %f',TC)
fprintf('\n')

figure(1)
x=[1:(t+1)];
plot(Q(1,1:(t+1)),x);
xlabel('Kuantitas Pemesanan');
ylabel('Iterasi');
figure(2)
y=[1:t];
plot(ROP(1,1:t),y,'green');
xlabel('Reorder point');
ylabel('Iterasi');

```

### ***LOST SALES***

```

% Masukkan Data Suku Cadang
% DD=xlsread('data suku cadang (for
matlab).xlsx','Sheet1','B3:B14');% 1
% DD=xlsread('data suku cadang (for
matlab).xlsx','Sheet1','H3:H14');% 7
DD=xlsread('data suku cadang (for
matlab).xlsx','Sheet1','D3:D14');
%Hitungan Awal
D=sum(DD);
bar_D = sum(DD)/size(DD,1);

```



```

stdevD = sqrt(sum((DD-
bar_D).^2/(size(DD,1)-1)));
% LT=[0.548 0.571 0.484 0.567 0.613 0.533
0.452 0.58 0.567 0.452 0.5
0.452];%sukucadang1
% LT=[0.484 0.5 0.452 0.533 0.452 0.5
0.452 0.516 0.567 0.452 0.5 0.452];%
sukucadang 7
LT=[0.516 0.571 0.452 0.567 0.452 0.5
0.452 0.581 0.567 0.452 0.5 0.452];%
sukucadang 3

bar_LT=sum(LT)/size (DD,1);
stdevLT=sqrt(sum((LT'-
bar_LT).^2/(size(DD,1)-1)));
a=gamfit(DD);
E_M=a(1)*a(2);
stdevDLT=sqrt((bar_LT*(stdevD^2))+((bar_D
^2)*(stdevLT^2)));

%penentuan Q dan R optimal
% P=50000;% suku cadang 1
% P=17500;% suku cadang 7
P=173000;% suku cadang 3
A=21812.5;% suku cadang 3
% h=4500;% suku cadang 1
% h=1575;% suku cadang 7
h=15570;% suku cadang 3
% b=12500;% suku cadang 1
% b=4375;% suku cadang 7
b=43250;% suku cadang 3
fprintf('Biaya Pembelian(p) = Rp %f',P)
fprintf('\n')
fprintf('Biaya Pemesanan(a) = Rp %f',A)
fprintf('\n')
fprintf('Biaya Penyimpanan(h) = Rp %f',h)
fprintf('\n')

```

```

fprintf('Biaya Kekurangan Persediaan(b) =
Rp %f',b)
fprintf('\n')
fprintf('D = %f',D)
fprintf('\n')
fprintf('E_M = %f',E_M)
fprintf('\n')
fprintf('S_dl = %f',stdevDLT)
fprintf('\n')
Q(1)=sqrt((2*A*D)/h);
fprintf('Q1 = %f',Q(1))
fprintf('\n')
fprintf('\n')

%iterasi pertama
disp('Iterasi Ke-1')
CDF(1)=(h*Q(1))/((b*D)+(h*Q(1)));
fprintf('P(M>R1) = %f',CDF(1))
fprintf('\n')
Z(1)=norminv(1-CDF(1));
fprintf('Z = %f',Z(1))
fprintf('\n')
ROP(1)=(Z(1)*stdevDLT)+E_M;
fprintf('R1 = %f',ROP(1))
fprintf('\n')
Eksp(1)=(igamma((1+a(1)), (ROP(1)/a(2)))) -
ROP(1)*igamma(a(1), (ROP(1)/a(2)))/gamma(
a(1));
fprintf('E(M>R1) = %f',Eksp(1))
fprintf('\n')
Q(2)=sqrt((2*D*(A+b*Eksp(1)))/h);
fprintf('Q2 = %f',Q(2))
fprintf('\n')
fprintf('\n')

%Iterasi Kedua
fprintf('Iterasi Ke-2')
fprintf('\n')

```

```

CDF(2)=(h*Q(2))/( (b*D)+(h*Q(2)) );
fprintf('P(M>R2) = %f',CDF(2))
fprintf('\n')
Z(2)=norminv(1-CDF(2));
fprintf('Z = %f',Z(2))
fprintf('\n')
ROP(2)=(Z(2)*stdevDLT)+E_M;
fprintf('R2 = %f',ROP(2))
fprintf('\n')
Eksp(2)=(igamma((1+a(1)), (ROP(2)/a(2))) -
ROP(2)*igamma(a(1), (ROP(2)/a(2))))/gamma(
a(1));
fprintf('E(M>R2) = %f',Eksp(2))
fprintf('\n')
Q(3)=sqrt((2*D*(A+b*Eksp(2)))/h);
fprintf('Q3 = %f',Q(3))
fprintf('\n')
fprintf('\n')

```

%Iterasi Selanjutnya

```

t=2;
selisih=abs(Q(2)-Q(1));
beda=abs(ROP(2)-ROP(1));
while (selisih>=1) || (beda>=1)
%      (Z(t)~Z(t-1))
    t=t+1;
    fprintf('Iterasi Ke-%d', t)
    fprintf('\n')
    CDF(t)=(h*Q(t))/( (b*D)+(h*Q(t)) );
    fprintf('P(M>R%d) = %f',t,CDF(t))
    fprintf('\n')
    Z(t)=norminv(1-CDF(t));
    fprintf('Z = %f',Z(t))
    fprintf('\n')
    ROP(t)=(Z(t)*stdevDLT)+E_M;
    beda=abs(ROP(t)-ROP(t-1));
    fprintf('R%d = %f',t,ROP(t))
    fprintf('\n')

```

```

PDF(t)=1/(sqrt(2*pi))*exp(0.5*(Z(t)^2));
fprintf('PDF%d = %f',t,PDF(t))
fprintf('\n')

Eksp(t)=(igamma((1+a(1)),(ROP(t)/a(2)))-
ROP(t)*igamma(a(1),(ROP(t)/a(2))))/gamma(
a(1));
fprintf('E(M>R%d) = %f',t,Eksp(t))
fprintf('\n')
Q(t+1)=sqrt((2*D*(A+b*Eksp(t)))/h);
selisih=abs(Q(t+1)-Q(t));
fprintf('Q%d = %f', (t+1),Q(t+1))
fprintf('\n')
fprintf('\n')
end

%TC
fprintf('Q akhir = %f',Q(t+1))
fprintf('\n')
fprintf('R akhir = %f',ROP(t))
fprintf('\n')
Q_akhir=input('Q akhir = ');
ROP_akhir=input('R akhir = ');
HC=h*((Q_akhir/2)+(ROP_akhir-
E_M)+Eksp(t));
fprintf('H_C = %f',HC)
fprintf('\n')
PC=P*D;
fprintf('P_C = %f',PC)
fprintf('\n')
RC=A*(D/Q_akhir);
fprintf('R_C = %f',RC)
fprintf('\n')
SC=b*(D/Q_akhir)*Eksp(t);
fprintf('S_C = %f',SC)
fprintf('\n')
TC=HC+PC+RC+SC;
fprintf('T_C = %f',TC)

```

```
fprintf('\n')

figure(1)
x=[1:(t+1)];
plot(Q(1,1:(t+1)),x);
xlabel('Kuantitas Pemesanan');
ylabel('Iterasi');
figure(2)
y=[1:t];
plot(ROP(1,1:t),y,'green');
xlabel('Reorder point');
ylabel('Iterasi');
```

**LAMPIRAN D**  
**Perhitungan Total Biaya, Kuantitas Pemesanan**  
**Optimal, dan Reorder point**

**1. Suku Cadang Nomor 31926KRM842**

***Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan Mempertimbangkan Stockout dan Backorder***

Jika diketahui harga suku cadang ( $p$ ) per item untuk suku cadang 31926KRM842 adalah Rp. 17.500,00, biaya penyimpanan ( $h$ ) per item adalah Rp. 1575,00, biaya pemesanan untuk setiap kali pesan ( $A$ ) adalah Rp. 21.812,5, biaya kekurangan persediaan per item ( $b$ ) adalah Rp. 4.375,00. Jumlah permintaan suku cadang 31926KRM842 dalam 1 tahun ( $D$ ) adalah 235, rata – rata *lead time* diasumsikan ( $L$ ) sebesar 0,488172. Standar deviasi permintaan selama *lead time* ( $S_{dL}$ ) adalah 2,541202. Untuk perhitungan biaya persediaan suku cadang dapat dilihat di lampiran B.

Biaya Pembelian( $p$ ) = Rp 17500.000000  
Biaya Pemesanan( $a$ ) = Rp 21812.500000  
Biaya Penyimpanan( $h$ ) = Rp 1575.000000  
Biaya Kekurangan Persediaan( $b$ ) = Rp  
4375.000000  
 $D = 235.000000$   
 $E_M = 19.583333$   
 $S_{dl} = 2.541202$   
 $Q_1 = 80.679161$

Iterasi Ke-1  
 $P(M > R_1) = 0.123594$   
 $Z = 1.157208$   
 $R_1 = 22.524034$

$$E(M>R1) = 3.728978$$

$$Q2 = 106.665432$$

Iterasi Ke-2

$$P(M>R2) = 0.163402$$

$$Z = 0.980570$$

$$R2 = 22.075161$$

$$E(M>R2) = 4.376479$$

$$Q3 = 110.557057$$

Iterasi Ke-3

$$P(M>R3) = 0.169364$$

$$Z = 0.956682$$

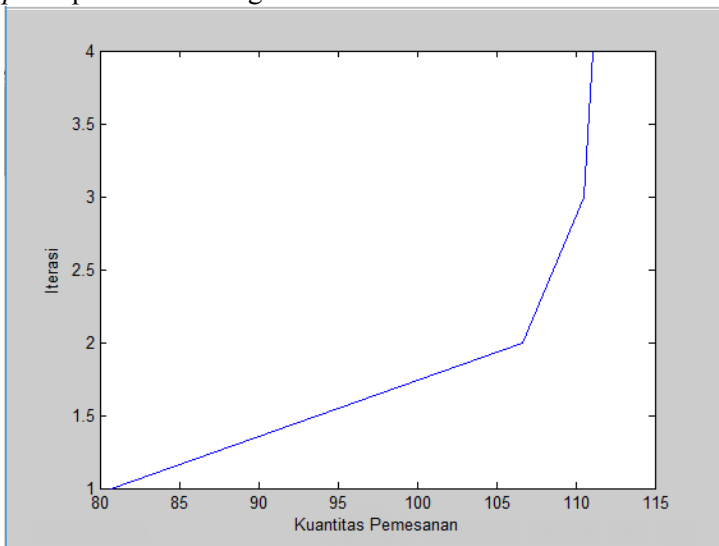
$$R3 = 22.014455$$

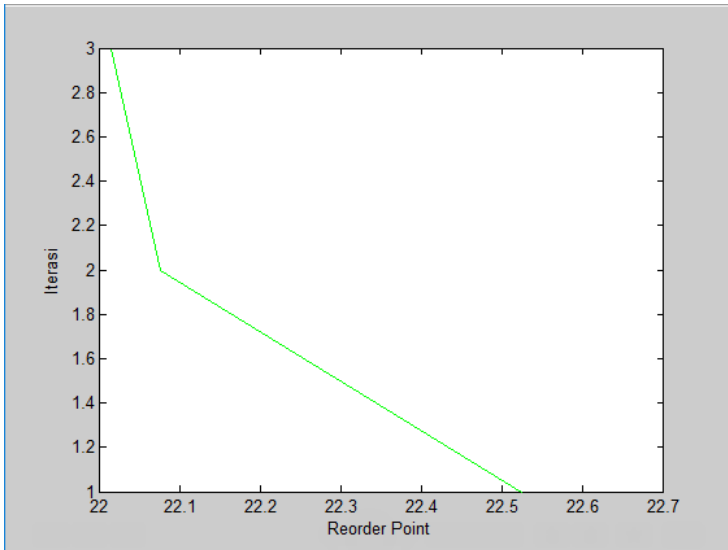
$$PDF3 = 0.252446$$

$$E(M>R3) = 4.469232$$

$$Q4 = 111.103366$$

Untuk grafik besarnya nilai kuantitas pemesanan dan *reorder point* per iterasi sebagai berikut:





Q akhir = 111.103366

R akhir = 22.014455

H\_C = 91322.917350

P\_C = 4112500.000000

R\_C = 46136.653502

S\_C = 41357.247281

T\_C = 4291316.818133

Sehingga total biaya persediaan suku cadang 3192KRM842 dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* yang minimum adalah sebesar Rp 4.291.316,818133.

***Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan Mempertimbangkan Stockout dan Lost sales***

Biaya Pembelian(p) = Rp 17500.000000

Biaya Pemesanan(a) = Rp 21812.500000

Biaya Penyimpanan(h) = Rp 1575.000000

Biaya Kekurangan Persediaan(b) = Rp 4375.000000



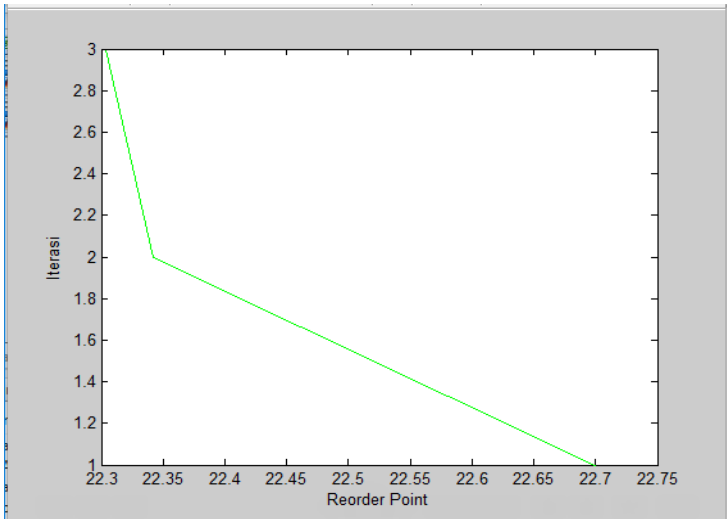
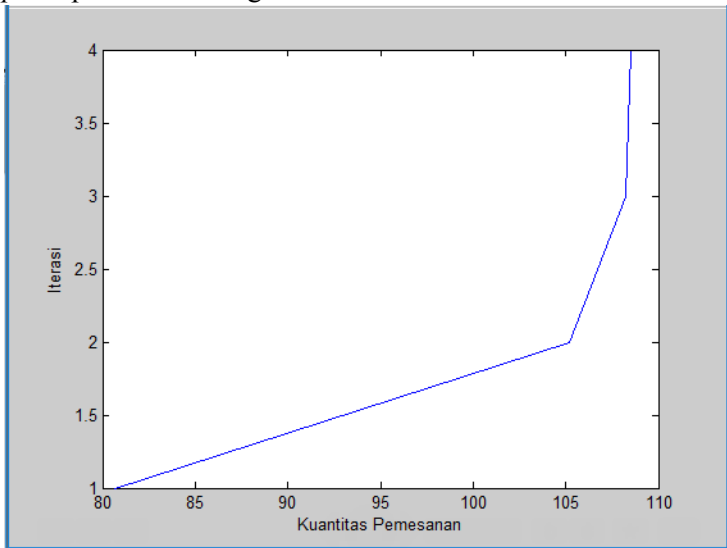
$D = 235.000000$   
 $E_M = 19.583333$   
 $S_{dl} = 2.541202$   
 $Q_1 = 80.679161$

Iterasi Ke-1  
 $P(M>R_1) = 0.109998$   
 $Z = 1.226536$   
 $R_1 = 22.700210$   
 $E(M>R_1) = 3.493410$   
 $Q_2 = 105.213915$

Iterasi Ke-2  
 $P(M>R_2) = 0.138806$   
 $Z = 1.085699$   
 $R_2 = 22.342313$   
 $E(M>R_2) = 3.982938$   
 $Q_3 = 108.208476$

Iterasi Ke-3  
 $P(M>R_3) = 0.142195$   
 $Z = 1.070509$   
 $R_3 = 22.303714$   
 $PDF_3 = 0.224937$   
 $E(M>R_3) = 4.038316$   
 $Q_4 = 108.542035$

Untuk grafik besarnya nilai kuantitas pemesanan dan *reorder point* per iterasi sebagai berikut:



Q akhir = 108.542035

R akhir = 22.303714

$$H\_C = 96121.800522$$

$$P\_C = 4112500.000000$$

$$R\_C = 47225.367573$$

$$S\_C = 38251.485709$$

$$T\_C = 4294098.653804$$

Sehingga total biaya persediaan suku cadang 3192KRM842 dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* yang minimum adalah sebesar Rp 4.294.098,653804.

## 2. Suku Cadang Nomor 06455KVBOT1

### ***Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan Mempertimbangkan Stockout dan Backorder***

Jika diketahui harga suku cadang ( $p$ ) per item untuk suku cadang 06455KVBOT1 adalah Rp. 50.000,00, biaya penyimpanan ( $h$ ) per item adalah Rp. 4.500,00, biaya pemesanan untuk setiap kali pesan ( $A$ ) adalah Rp. 21.812,5, biaya kekurangan persediaan per item ( $b$ ) adalah Rp12.500,00. Jumlah permintaan suku cadang 06455KVBOT1 dalam 1 tahun ( $D$ ) adalah 231, rata – rata *lead time* diasumsikan ( $L$ ) sebesar 0,504967. Standar deviasi permintaan selama *lead time* ( $S_{dL}$ ) adalah 2,706955. Untuk perhitungan biaya persediaan suku cadang dapat dilihat di lampiran B.

$$\text{Biaya Pembelian}(p) = \text{Rp } 50000.000000$$

$$\text{Biaya Pemesanan}(a) = \text{Rp } 21812.500000$$

$$\text{Biaya Penyimpanan}(h) = \text{Rp } 4500.000000$$

$$\text{Biaya Kekurangan Persediaan}(b) = \text{Rp } 12500.000000$$

$$D = 231.000000$$

$$E\_M = 19.250000$$

$$S\_dl = 2.706955$$

$$Ql = 47.322475$$

Iterasi Ke-1

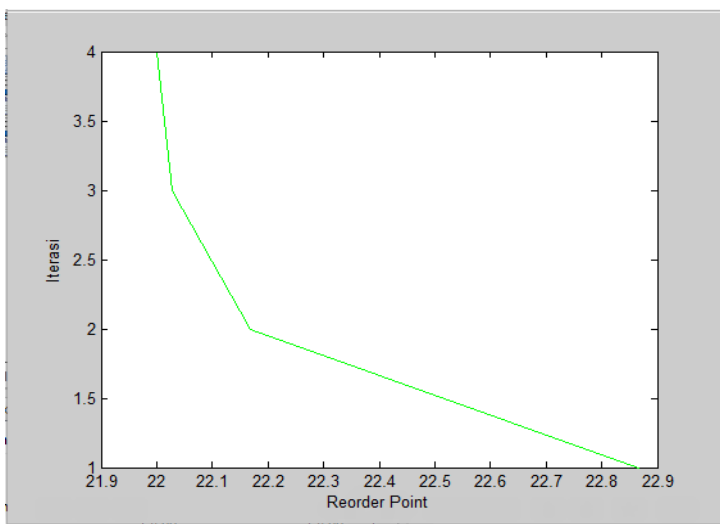
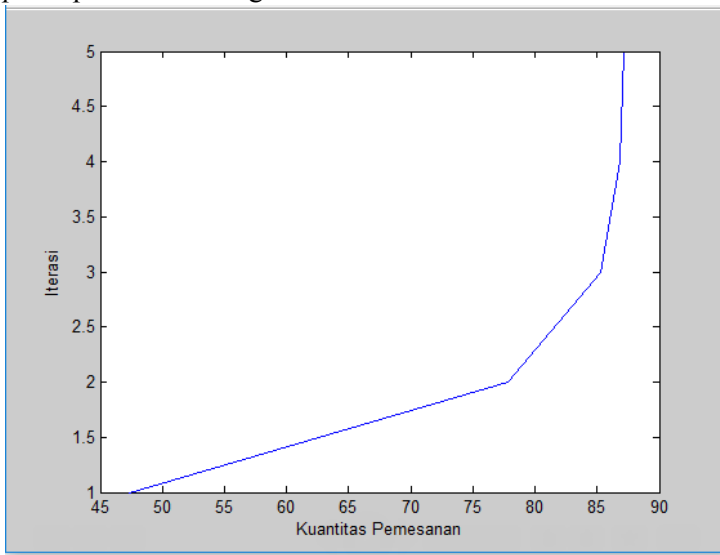
$P(M > R1) = 0.073749$   
 $Z = 1.448424$   
 $R1 = 23.170817$   
 $E(M > R1) = 2.612269$   
 $Q2 = 74.778531$

Iterasi Ke-2  
 $P(M > R2) = 0.116538$   
 $Z = 1.192473$   
 $R2 = 22.477970$   
 $E(M > R2) = 3.475609$   
 $Q3 = 81.852192$

Iterasi Ke-3  
 $P(M > R3) = 0.127562$   
 $Z = 1.137992$   
 $R3 = 22.330494$   
 $PDF3 = 0.208785$   
 $E(M > R3) = 3.682772$   
 $Q4 = 83.460414$

Iterasi Ke-4  
 $P(M > R4) = 0.130068$   
 $Z = 1.126069$   
 $R4 = 22.298218$   
 $PDF4 = 0.211622$   
 $E(M > R4) = 3.729225$   
 $Q5 = 83.816799$

Untuk grafik besarnya nilai kuantitas pemesanan dan *reorder point* per iterasi sebagai berikut:



Q akhir = 83.816799

R akhir = 22.298218

$H_C = 202304.778750$   
 $P_C = 11550000.000000$   
 $R_C = 60115.484725$   
 $S_C = 128472.314521$   
 $T_C = 11940892.577997$

Sehingga total biaya persediaan suku cadang 06455KVBT01 dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* yang minimum adalah sebesar Rp 11.940.892,577997

***Menghitung Nilai Q dan R Optimal serta Total Biaya Persediaan Dengan Mempertimbangkan Stockout dan Lost sales***

Biaya Pembelian(p) = Rp 50000.000000  
 Biaya Pemesanan(a) = Rp 21812.500000  
 Biaya Penyimpanan(h) = Rp 4500.000000  
 Biaya Kekurangan Persediaan(b) = Rp 12500.000000  
 $D = 231.000000$   
 $E_M = 19.250000$   
 $S_{dl} = 2.706955$   
 $Q_1 = 47.322475$

Iterasi Ke-1

$P(M > R_1) = 0.068684$   
 $Z = 1.485665$   
 $R_1 = 23.271627$   
 $E(M > R_1) = 2.501338$   
 $Q_2 = 73.820510$

Iterasi Ke-2

$P(M > R_2) = 0.103175$   
 $Z = 1.263665$   
 $R_2 = 22.670684$   
 $E(M > R_2) = 3.217424$   
 $Q_3 = 79.802531$

Iterasi Ke-3

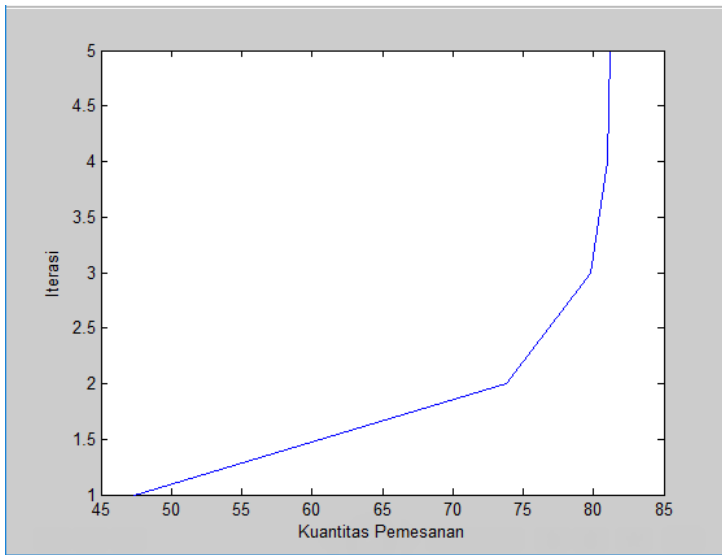
$P(M > R_3) = 0.110611$

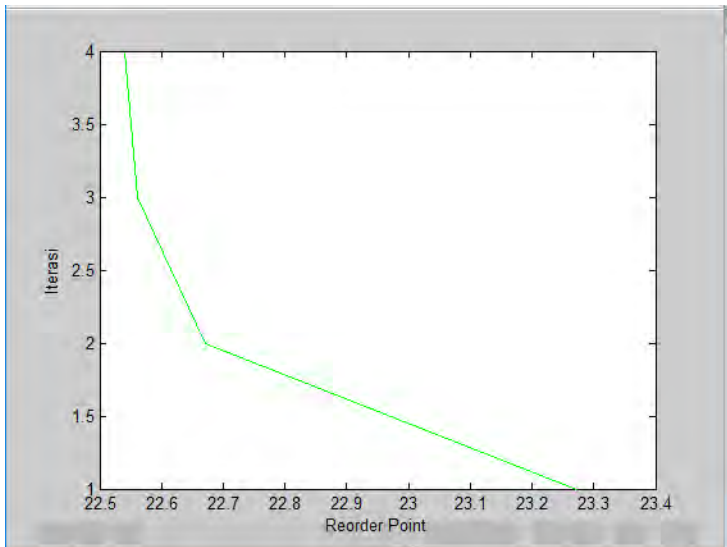
100

$Z = 1.223284$   
 $R3 = 22.561376$   
 $PDF3 = 0.188784$   
 $E(M > R3) = 3.362132$   
 $Q4 = 80.957726$

Iterasi Ke-4  
 $P(M > R4) = 0.112033$   
 $Z = 1.215788$   
 $R4 = 22.541082$   
 $PDF4 = 0.190518$   
 $E(M > R4) = 3.389498$   
 $Q5 = 81.174336$

Untuk grafik besarnya nilai kuantitas pemesanan dan *reorder point* per iterasi sebagai berikut:





Q akhir = 81.174336

R akhir = 22.541082

H\_C = 212704.867458

P\_C = 11550000.000000

R\_C = 62072.420278

S\_C = 120569.836393

T\_C = 11945347.124130

Sehingga total biaya persediaan suku cadang 06455KVB01 dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* yang minimum adalah sebesar Rp 11.945.347,124130



*“Halaman ini sengaja dikosongkan”*

**Lampiran E**  
**Tabel Gamma**

$x$	$\Gamma(x)$
1.00	1.00000
1.01	.99433
1.02	.98884
1.03	.98355
1.04	.97844
1.05	.97350
1.06	.96874
1.07	.96415
1.08	.95973
1.09	.95546
1.10	.95135
1.11	.94740
1.12	.94359
1.13	.93993
1.14	.93642
1.15	.93304
1.16	.92980
1.17	.92670
1.18	.92373
1.19	.92089
1.20	.91817
1.21	.91558
1.22	.91311
1.23	.91075
1.24	.90852
1.25	.90640

$x$	$\Gamma(x)$
1.25	.90640
1.26	.90440
1.27	.90250
1.28	.90072
1.29	.89904
1.30	.89747
1.31	.89600
1.32	.89464
1.33	.89338
1.34	.89222
1.35	.89115
1.36	.89018
1.37	.88931
1.38	.88854
1.39	.88785
1.40	.88726
1.41	.88676
1.42	.88636
1.43	.88604
1.44	.88581
1.45	.88566
1.46	.88560
1.47	.88563
1.48	.88575
1.49	.88595
1.50	.88623

$x$	$\Gamma(x)$
1.51	.88659
1.52	.88704
1.53	.88757
1.54	.88818
1.55	.88887
1.56	.88964
1.57	.89049
1.58	.89142
1.59	.89243
1.60	.89352
1.61	.89468
1.62	.89592
1.63	.89724
1.64	.89864
1.65	.90012
1.66	.90167
1.67	.90330
1.68	.90500
1.69	.90678
1.70	.90864
1.71	.91057
1.72	.91258
1.73	.91467
1.74	.91683
1.75	.91906

$x$	$\Gamma(x)$
1.76	.92137
1.77	.92376
1.78	.92623
1.79	.92877
1.80	.93138
1.81	.93408
1.82	.93685
1.83	.93969
1.84	.94261
1.85	.94561
1.86	.94869
1.87	.95184
1.88	.95507
1.89	.95838
1.90	.96177
1.91	.96523
1.92	.96877
1.93	.97240
1.94	.97610
1.95	.97988
1.96	.98374
1.97	.98768
1.98	.99171
1.99	.99581
2.00	1.00000

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan serta saran yang diberikan jika penelitian ini ingin dikembangkan.

#### 5.1 Kesimpulan

Dari analisa dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa :

1. Untuk model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* diperoleh model matematika total biaya persediaan yaitu:

$$\begin{aligned}
 TC &= Hc + Pc + Rc + Sc \\
 &= h \left( \frac{Q}{2} + R - \beta\alpha \right) + pD + A \frac{D}{Q} + \\
 &\quad b \frac{D}{Q} \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right)
 \end{aligned}$$

Dan didapatkan kuantitas pemesanan yang optimal yaitu:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}}$$

Sedangkan untuk model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* diperoleh model matematika total biaya persediaan yaitu:

$$\begin{aligned}
 TC &= Hc + Pc + Rc + Sc \\
 TC &= h \left( \frac{Q}{2} + R - E(M) + E(M > R) \right) + pD + A \frac{D}{Q}
 \end{aligned}$$

$$+ \left( \frac{bD}{Q} + h \right) \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right)$$

Dan didapatkan kuantitas pemesanan yang optimal yaitu:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \left( AD + bD \left( \frac{\Gamma \left( 1 + \alpha, \frac{R}{\beta} \right) - R \Gamma \left( \alpha, \frac{R}{\beta} \right)}{\Gamma(\alpha)} \right) \right)}{h}}$$

2. Kuantitas pemesanan yang optimal suku cadang pada kasus di Tirta Agung Motor Mojokerto dengan menggunakan model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *backorder* serta menggunakan model persediaan suku cadang dengan mempertimbangkan *stockout* dan *lost sales* didapatkan sebagai berikut:

Suku Cadang	<i>Backorder</i>	<i>Lost sales</i>
23100KZRBA0	72 item	69 item
06455KVBT01	84 item	81 item
3192KRM842	111 item	109 item

## 5.2 Saran

Pada Tugas Akhir ini membahas mengenai pemeliharaan berdasarkan pada *preventive maintenance*. Oleh karena itu penulis menyarankan untuk pengembangan dalam penelitian berikutnya adalah perluasan mengenai pemeliharaan berdasarkan pada *corrective maintenance*.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Wireman, T. (1990). *World Class Maintenance Management*. New York: Industrial Press.
- [2] Namit, K., & Chen, J. (1999). **Solution to the (Q,r) inventory model for gamma lead-time demand.** *International Journal of Physical Distribution & Logistic Management*, Vol. 29 No. 2, 138-151.
- [3] Tyworth, J. E., & Ganeshan, R. (2000). **A note on solutions to the <Q,r> inventory model for gamma lead time demand.** *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Vol. 30 No. 6, 534- 539.
- [4] Donselaar, K. H., & Broekmeulen, R. A. (2013). **Determination of safety stocks in a lost sales inventory system with periodic review, positive lead-time, lot-sizing and a target fill rate.** *International Journal of Production Economics*, Volume 143, Issue 2, 440 - 448.
- [5] Campbell, Duffuaa, & Dixon, J., et al. (1998). *Planning and Control of Maintenance Systems: Modeling and Analysis*. New York: Wiley.
- [6] Bain, L. J., & Engelhardt, M. (1992). *Introduction To Probability And Mathematical Statistics*. United States of America: Duxbury Thomson Learning.
- [7] Tersine, Richard J. (1994). **Principles of Inventory and Materials Management**. Fourth Edition. Prentice-Hall, New Jersey.
- [8] Zhou, Y., & Zhao, X. (2010). **A two-demand-class inventory system with lost-sales and backorders.** *Operations Research Letters*, Volume 38, Issue 4, 261–266.

- [9] Chein, Y. H. (2010). Optimal number of minimal repairs before ordering spare for preventive replacement. *Applied Mathematical Modelling* **34**, 3439–3450.
- [10] Ristono, Agus. (2009). Manajemen Persediaan. Edisi Pertama. Graha Ilmu, Yogyakarta.

## BIODATA PENULIS



Penulis bernama Indah Ayu Dianawati atau yang biasa dipanggil dengan Indah. Penulis dilahirkan di Mojokerto, 04 April 1994. Penulis merupakan putri kedua dari pasangan Bapak Kujiyadi dan Ibu Luluk Sri Histinawati, S.H. Penulis menempuh pendidikan di TK Kusuma Putra, SDN Surodinawan, SMP Negeri 1 Kota

Mojokerto, dan SMA Negeri 1 Puri Mojokerto.

Kemudian penulis melanjutkan studi di Jurusan Matematika ITS pada tahun 2012 untuk menempuh pendidikan S1 Matematika dengan NRP 1212 100 037. Di Jurusan Matematika ITS, penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan yang terdiri atas Pemodelan Matematika dan Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD). Selama kuliah penulis juga mengikuti kegiatan organisasi yaitu aktif di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika ITS (HIMATIKA ITS). Pada tahun periode 2013 – 2014 penulis menjadi staff Departemen Perekonomian HIMATIKA ITS dan pada tahun periode 2014 – 2015 penulis menjabat sebagai Kepala Departemen Perekonomian HIMATIKA ITS. Selain aktif dalam organisasi, penulis aktif mengikuti kepanitiaan berbagai acara, seperti GERIGI ITS, OMITS, dan Gathering Alumni Mahasiswa Matematika ITS.

Untuk informasi lebih lanjut dan jika ingin memberikan saran Tugas Akhir ini bisa ditujukan ke penulis melalui email *indahayudianawati@gmail.com*.